Université Internationale de Rabat
THE INNOVATIVE UNIVERSITY

Concours d'accès en 1ère année de médecine

Juillet 2022

Epreuve de Mathématiques

Durée : 45min

Q61 Soit $f(x) = ln(|1 - x^2|)$.
Le domaine de définition de f est :

A	B	C	D	E
$\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$	$]0, +\infty[$	$]-\infty, 1[$	$]-1, 1[$	$\mathbb{R}$

Q62 Pour tout $x \in D_f$, $f'(x)$ est:

A	B	C	D	E
$\frac{x}{x^2-1}$	$\frac{2x}{x^2-1}$	$\frac{-2x}{x^2-1}$	$\frac{2x}{x^2+1}$	$\frac{2}{(x-1)(x+1)}$

Q63 $\lim_{x \to \sqrt{2}} \frac{f(x)}{x - \sqrt{2}}$ est :

A	B	C	D	E
$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$-2\sqrt{2}$	$1-\sqrt{2}$

Q64 $(f^{-1})'(0) =$

A	B	C	D	E
$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$2\sqrt{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$

Une urne contient 2 boules blanches et 1 boule noire indiscernables au touché .On en tire successivement et avec remise 5 boules. On considère les évènements :
A : « Obtenir 2 boules blanches exactement » et B : « Obtenir au moins une boule blanche »

Q65 $P(A) =$

A	B	C	D	E
$\frac{10}{3^5}$	$\frac{20}{3^5}$	$\frac{30}{3^5}$	$\frac{40}{3^5}$	$\frac{50}{3^5}$

Q66 $P(B) =$

A	B	C	D	E
$\frac{1}{3^5}$	$1 - \frac{1}{3^5}$	$\frac{3^5+1}{3^5}$	$\frac{1}{5^3}$	$1 - \frac{1}{5^3}$

On considère les deux intégrales :

$$I = \int_e^{e^2} \frac{1}{x\sqrt{\ln(x)}} dx \ et \ J = \int_{\ln(2)}^1 \frac{x-1}{x^2} e^x dx$$

Q67 I est égale à :

A	B	C	D	E
$\sqrt{2} - 1$	$2(1 - \sqrt{2})$	$2 - \sqrt{2}$	$\sqrt{2} - 2$	$2(\sqrt{2} - 1)$

Q68 J est égale à :

A	B	C	D	E
$e - \frac{2}{ln(2)}$	$e + 2ln(2)$	$2ln(2) - e$	$e - ln(2)$	$e + \frac{2}{ln(2)}$

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$

Soient : $a = 1,\ b = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\ ,\ c = \bar{b}$ les affixes respectives des points A, B et C

Q69

A	B	C	D	E
$a + b + c = e^{i\pi}$	$ABC\ est\ rectangle$	$a - b + c = 1$	$a + b + c = 0$	$a + c + b = 1 - \sqrt{2}$

Q70

A	B	C	D	E
$b^3 = e^{\frac{i\pi}{3}}$	$b^3 = e^{-\frac{i\pi}{3}}$	$b^3 = 1$	$b^3 = 0$	$b^3 = -1$

Q71

$1 + b + b^2 + b^3 \dots b^{2021}$ est égale à :

A	B	C	D	E
2022b	0	$\frac{-2}{1-b}$	$\frac{2}{1-b}$	$\frac{-2}{1-c}$

Q72

Les solutions de l'équation : $ln(2-x) + ln(2+x) = 0$ *sont:*

A	B	C	D	E
$-\sqrt{3}$ *et* $\sqrt{3}$	0	Pas de solution	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$

Q73

Le nombre de solutions de l'équation : $xe^x + x^2 + 2x = 0$ *est:*

A	B	C	D	E
0	1	2	3	4

Q74

(U_n) *est la suite définie par :* $\forall n \in \mathbb{N}, U_n = \left(\frac{e}{\pi}\right)^n$

$\lim\limits_{n \to +\infty} Un =$

A	B	C	D	E
$-\infty$	0	$+\infty$	*n'existe pas*	1

Q75

(U_n) *est la suite définie par :* $U_0 = 1, U_1 = 2$ *et* $\forall n \in \mathbb{N}^*$ $U_n = \sqrt{U_{n-1} \times U_{n+1}}$

Si (U_n) *est convergente alors* $\lim\limits_{n \to +\infty} Un =$

A	B	C	D	E
0	1	4	$+\infty$	2

Q76

$K = \int_1^{e^2} |1 - \ln(x)| dx$ est égale à :

A	B	C	D	E
$2e + 2$	$2e - 2$	$2e$	$e + 2$	$e - 2$

Q77

$\lim\limits_{x \to -\infty} x ln(1 + \frac{2}{x})$ *est :*

A	B	C	D	E
$+\infty$	1	2	-1	$-\infty$

Q78

Soit $z \in \mathbb{C}$, *l'ensemble* $F = \left\{M_z, arg(z) \equiv \frac{5\pi}{4} [2\pi]\right\}$ *est :*

A	B	C	D	E
la droite : $y = x$	*la droite :* $y = \frac{5}{4}x$, $x > 0$	*la droite :* $y = x$, $x > 0$	*la droite :* $y = x$, $x < 0$	*la droite :* $y = -x$

Q79

$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{ln(x)} \ si \ x \in]0,1[\cup]1,+\infty[\\ f(1) = a \end{cases}$, *si f est continue en 1 alors :*

A	B	C	D	E
$a = 2$	$a = -2$	$a = \frac{1}{2}$	$a = -\frac{1}{2}$	A=1

Q80

$E = \{M(x,y,z);\ x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z + 1 = 0\}$ *est la sphère de centre Ω et de rayon R*

A	B	C	D	E
$\Omega(2,0,-1)$; $R = 1$	$\Omega(2,1,-1)$; $R = 2$	$\Omega(2,0,-1)$; $R = \sqrt{2}$	$\Omega(1,0,2)$; $R = 1$	$\Omega(2,0,-1)$; $R = 2$

Correction d'un concours blanc

Q.61 : $f(x) = \ln(|1 - x^2|)$ donc $D_f = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 1 - x^2 \neq 0\}$

$x^2 \neq 1$

$x \neq -1$ et $x \neq 1$

$\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}}$ (A)

Q.62 : $(\forall x \in D_f)$ $f'(x) = \dfrac{(1-x^2)'}{1-x^2} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{-2x}{1-x^2}$

$\Rightarrow (\forall x \in D_f)$ $\boxed{f'(x) = \dfrac{2x}{x^2-1}}$ (B)

Q.63 : $\displaystyle\lim_{x \to \sqrt{2}} \frac{f(x)}{x - \sqrt{2}} = \lim_{x \to \sqrt{2}} \frac{f(x) - f(\sqrt{2})}{x - \sqrt{2}} = f'(\sqrt{2})$ (car $f(\sqrt{2}) = 0$)

et $f'(\sqrt{2}) = \dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}^2 - 1} = 2\sqrt{2}$

d'où $\boxed{\displaystyle\lim_{x \to \sqrt{2}} \frac{f(x)}{x - \sqrt{2}} = 2\sqrt{2}}$ (C)

Q.64 : On a $f(\sqrt{2}) = 0$ donc $f^{-1}(0) = \sqrt{2}$

d'où $(f^{-1})'(0) = \dfrac{1}{f'(f^{-1}(0))} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \boxed{(f^{-1})'(0) = \dfrac{\sqrt{2}}{4}}$ (E)

Q.65 : $card(\Omega) = 3^5$ A : BBNNN $\rightarrow card(A) = \dfrac{5!}{2! \times 3!} \times 2^2 \times 1^3 = 40$

$\boxed{p(A) = \dfrac{40}{3^5}}$ (D)

Q.66 : $\overline{B}$: NNNNN $\Rightarrow card(\overline{B}) = 1^5 = 1$

$\Rightarrow p(\overline{B}) = \dfrac{1}{3^5} \Rightarrow \boxed{p(B) = 1 - \dfrac{1}{3^5}}$ (B)

Q.67 : $I = \displaystyle\int_e^{e^2} \frac{1}{x\sqrt{\ln x}}\,dx = \int_e^{e^2} \frac{(\ln x)'}{\sqrt{\ln x}}\,dx = \left[2\sqrt{\ln x}\right]_e^{e^2}$

$= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{1}$

$\boxed{I = 2(\sqrt{2} - 1)}$ (E)

Q.67 : $J = \displaystyle\int_{\ln(2)}^{1} \frac{x-1}{x^2} e^x\,dx = \int_{\ln(2)}^{1} \left(\frac{1}{x} e^x - \frac{1}{x^2} e^x\right) dx$

$= \displaystyle\int_{\ln(2)}^{1} \left(\frac{1}{x} \times (e^x)' + \left(\frac{1}{x}\right)' e^x\right) dx$

$= \left[\dfrac{1}{x} e^x\right]_{\ln(2)}^{1}$

$\boxed{J = e - \dfrac{2}{\ln(2)}}$ (A)

Q.69 : $a = 1$, $b = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $c = \bar{b}$

donc $a+b+c = 1 - \frac{1}{2} \cancel{+ i\frac{\sqrt{3}}{2}} - \frac{1}{2} \cancel{- i\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$\boxed{a+b+c = 0}$ **(D)**

$b = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{\pi - \frac{\pi}{3}} = e^{i\frac{2\pi}{3}} \Rightarrow b^3 = \left(e^{i\frac{2\pi}{3}}\right)^3$

$= e^{i2\pi}$ $\quad e^{i2\pi} = e^{i0}$

$\boxed{b^3 = 1}$ **(C)**

Q.70 : $1 + b + b^2 + b^3 + \dots\dots + b^{2021} = \frac{1 - b^{2022}}{1-b}$

Q.71 :

$= \frac{1-1}{1-b}$

$\boxed{1 + b + b^2 + b^3 + \dots\dots + b^{2021} = 0}$ **(B)**

$b^{2022} = \left(e^{i\frac{2\pi}{3}}\right)^{2022}$

$= e^{i\frac{4044\pi}{3}}$

$= e^{i1348\pi}$

$b^{2022} = e^{i0} = 1$

$$\begin{array}{r|l} 4044 & 3 \\ \hline -3 & 1348 \\ 10 & \\ -9 & \\ 14 & \\ -12 & \\ 24 & \\ -24 & \\ 0 & \end{array}$$

Q.72 : $\ln(2-x) + \ln(2+x) = 0$ $\qquad D_E = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 2-x > 0 \text{ et } 2+x > 0\}$

$\underbrace{x < 2 \quad \text{et} \quad x > -2}_{-2 < x < 2}$

$\Rightarrow \ln\left((2-x)(2+x)\right) = \ln(1)$

$\Rightarrow 4 - x^2 = 1$ $\qquad \boxed{D_E =]-2, 2[}$

$\Rightarrow x^2 = 3$

$\Rightarrow \boxed{x = -\sqrt{3}} \in D_E$ ou $\boxed{x = \sqrt{3}} \in D_E$ **(A)**

Q.73 : Soit $f(x) = xe^x + x^2 + 2x$ on a $f'(x) = e^x + xe^x + 2x + 2$

$= e^x + 2 + x(e^x + 2)$

$f'(x) = (e^x + 2)(1 + x)$

donc le signe de $f'(x)$ est celui de $(1+x)$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow 0 \searrow$	$-\frac{1}{e} - 1$	$\nearrow 0 \nearrow$	$+\infty$

donc l'equation $f(x) = 0$ admet $\boxed{2 \text{ solutions}}$ **(C)**

Q.74 : $(\forall n \in \mathbb{N})$ $U_n = \left(\frac{e}{\pi}\right)^n$ on a $0 < e < \pi$ donc $-1 < \frac{e}{\pi} < 1$

d'où $\boxed{\lim \left(\frac{e}{\pi}\right)^n = 0}$ **(B)**

Q.75 : $U_0 = 1$, $U_1 = 2$ et $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$ $U_n = \sqrt{U_{n-1} \times U_{n+1}}$

$\Rightarrow U_n^2 = U_{n-1} \times U_{n+1} \Rightarrow (U_n)$ géométrique de raison $q = \frac{U_1}{U_0} = 2$

d'où $(\forall n \in \mathbb{N})$ $U_n = U_0 \times q^n \Rightarrow (\forall n \in \mathbb{N})$ $\boxed{U_n = 2^n}$

par conséquent $\boxed{\lim U_n = +\infty}$ **(D)**

Q.76 : $K=\int_1^{e^2}|1-\ln(x)|\,dx = \int_1^{e}|1-\ln(x)|\,dx + \int_e^{e^2}|1-\ln(x)|\,dx$

x	0	1	e	e^2	$+\infty$
$1-\ln(x)$	||	$+$	0	$-$	

$1-\ln x \geq 0$ et $1-\ln x \leq 0$

$\ln x \leq 1$ $\quad$ $\ln x \geq 1$

$0 < x \leq e$ $\quad$ $x \geq e$

$$K = \left[x-(x\ln x - x)\right]_1^e - \left[x-(x\ln x - x)\right]_e^{e^2}$$

$$= (2e - e\ln e) - 2 - \left((2e^2 - e^2\ln(e^2)) - (2e - e\ln e)\right)$$

$$= e - 2 - (\cancel{2e^2} - \cancel{2e^2} - 2e + e)$$

$$\boxed{K = 2e - 2} \quad (B)$$

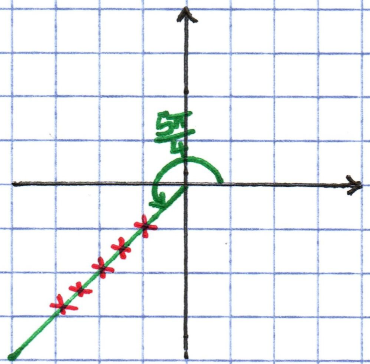
Q.77 : $\lim\limits_{x\to-\infty} x\ln\left(1+\frac{2}{x}\right) = \lim\limits_{x\to-\infty} \cancel{x}\times\frac{2}{\cancel{x}}$ $\qquad$ $\ln(1+t)\underset{0}{\sim} t$

($\frac{2}{x} \to 0$)

donc $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} x\ln\left(1+\frac{2}{x}\right) = 2}$ (C)

Q.78 : $F=\left\{M(z),\ \arg(z)\equiv \frac{5\pi}{4}\,[2\pi]\right\}$ on a $\frac{5\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4}$

donc l'ensemble F est la droite $y=x,\ x<0$



Q.79 : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\ln(x)} & \text{si } x\in]0,1[\cup]1,+\infty[\\ f(1) = a \end{cases}$

f continue en $1 \Rightarrow f(1) = \lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{\ln x}$

$$a = \lim_{x\to1}\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{x}}$$

$$\boxed{a = \frac{1}{2}} \quad (C)$$

Q.80 : $E=\left\{M(x,y,z)\ ;\ x^2+y^2+z^2-4x+2z+1=0\right\}$

$$\Leftrightarrow x^2-4x+y^2+z^2+2z+1=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2-2^2+y^2+(z+1)^2-1^2+1=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2+y^2+(z+1)^2=4$$

donc $\boxed{\Omega(2,0,-1) \text{ et } R=2}$ (E)