

مسألة الرياضيات : (مدة الإنجاز ساعة)

تمرين 1 :

نضع : $\alpha = 2(-1 + i\sqrt{3})$, $j = \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1- أ : أحسب $(\sqrt[4]{j})^4$ يمكن استعمال $j^3 = 1$

ب : استنتج جذور α من الرتبة الرابعة

2- لتكن المعادلة (I) : $z^2 + \bar{\alpha}z + 4\alpha = 0$ $z \in \mathbb{C}$

أ : أحسب $(3 - i\sqrt{3})^2$

ب : حل المعادلة (I) في \mathbb{C}

3- استنتج مما سبق حاول المعادلة $z \in \mathbb{C} : z^8 + \bar{\alpha}z^4 + 4\alpha = 0$

تمرين 2 :

ليكن a عدد حقيقي موجب قطعاً

و $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها q بحيث $q > 0$ و تحقق العلاقة $8U_9 = a^3 U_6$

1- أ : أحسب q بدلالة a .

ب : ماهي قيم a بحيث $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تكون لها نهاية

2- نضع في كل مايلي $0 < a < 3$ ونعرف : $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

أ : أحسب S_n بدلالة a و U_0 و $n \in \mathbb{N}^*$

ب : حدد نهاية S_n بدلالة a و U_0

تمرين 3 :

لتكن f دالة عددية معرفة ب $f(x) = \frac{\sqrt{\cos x}}{e^x} + x$

1- حدد Df ونهايات f عند محددات Df

2- أحسب $f'(x)$ و أعط جدول تغيرات f

3- أ : أدرس الفروع النهائية (f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$

ب : أرسم f في معلم متعامد و منظم [نأخذ $(-\frac{6}{10}, 0) = \delta$]

و $-\frac{6}{10} = \delta$

4- أحسب $I = \int_0^1 f(x) dx$

التمرين الاول: (5,5 ن)

نعتبر، في مجموعة الأعداد العقدية، المعادلة:

$$(E) \quad z^2 + 2\sqrt{2}z + 4 = 0$$

- (1) حدد z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) حيث $\text{Im}(z_1) < 0$
- (2) اكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $(z_1)^2$.
- (3) استنتج الشكل المثلثي لكل من العددين z_1 و z_2

التمرين الثاني: (5,5 ن)

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي: $f(x) = \ln\left(\frac{2x-4}{x+1}\right)$

- (1) حدد D حيز تعريف الدالة f .
- (2) احسب نهايات f عند محددات D .
- (3) بين أن النقطة $I(1, \ln 2)$ مركز تماثل المنحنى الممثل للدالة f .
- (4) احسب $f'(x)$ لكل x من D ثم أعط جدول تغيرات الدالة f .
- (5) حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = -2$.

التمرين الثالث: (4,5 ن)

- (1) احسب: $\int_0^{\pi} (\cos x + \sin x) e^x dx$
- (2) بوضع $t = \sqrt{1+x}$ احسب: $\int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{1+x}} dx$
- (3) باستعمال مكاملة بالأجزاء احسب: $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2}{x^3} e^{\frac{1}{x}} dx$

التمرين الرابع: (4,5 ن)

يحتوي كيس A على ثلاث كرات حمراء وكرتين سوداوين ويحتوي كيس B على كرتين حمراوين وثلاث كرات سوداء. نفترض أن جميع الكرات لها نفس احتمال السحب. نسحب في آن واحد كرتين من الكيس A ونضعهما في الكيس B ثم نسحب بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الكيس B .

- (1) احسب احتمال سحب كرتين سوداوين من الكيس A وكرتين مختلفتي اللون من الكيس B .
- (2) احسب احتمال سحب كرتين حمراوين من الكيس B .
- (3) علما أن الكرتين المسحوبتين من الكيس B حمراوين، احسب احتمال أن تكون للكرتين المسحوبتين من الكيس A نفس اللون.


الجزءان مستقلان

التمرين الاول

الجزء الاول (6 نقت)

نعتبر كحول اوليا (A) صيغته النصف المنشورة $R-CH_2-OH$ حيث R جدر صيغته $C_7H_7O_2$ تمثل كتلة الكربون % 71,1 و كتلة الاوكسجين % 23,7

1 حدد الصيغة الاجمالية للجدر R علما ان كتلته المولية هي 135 gmol^{-1}
 $M(C) = 12 \text{ gmol}^{-1}$ $M(O) = 16 \text{ gmol}^{-1}$ $M(H) = 1 \text{ gmol}^{-1}$

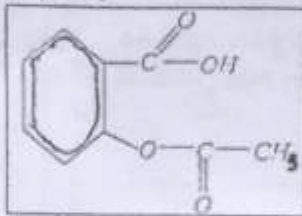
2 اكتب الصيغة النصف المنشورة للكحول (A) علما ان الجدر R يتوفر على المجموعة $-O-\overset{\text{O}}{\underset{\text{O}}{\text{C}}}-CH_3$ و نواة بنزينية 

و ان الكربون الوظيفي للكحول (A) والمجموعة $-O-\overset{\text{O}}{\underset{\text{O}}{\text{C}}}-CH_3$ مرتبطين بكربونين متتالين من النواة البنزينية
 نقوم باكسدة الكحول (A) بواسطة محلول مائي لثاني كرومات البوتاسيوم المحمض $(2K^+Cr_2O_7^{2-})$ و بوفرة فنحصل على مركب يجعل ورق ال pH يحمر

3 اكتب معادلتى الاكسدة و الاختزال و المعادلة الحصيلة لهذا التفاعل

الجزء الثاني (8 نقت)

نعتبر قرص الاسبيرين 500 الذي يحتوي اساسا على حمض الاسيتيل ساليسيليك نذيب القرص في حجم من الماء الخالص



$V = 284 \text{ mL}$ فنحصل على محلول S_0 ذي $pH = 2,8$

1 يمثل الشكل جانبه الصيغة نصف المنشورة لحمض

الاسيتيل ساليسيليك ذي $pK_A = 3,5$

11 انقل على ورقة تحريرك هذه الصيغة و حدد عليها بواسطة دائرة

المجموعة التي تعطي طابعا حمضيا للاسبيرين

12 اكتب الصيغة نصف المنشورة للقاعدة المرافقة لهذا الحمض

الممثل بالصيغة $(C_8H_7O_2) COOH$

2 علما ان pH الدم في العروق هو 7,5 وفي المعدة يساوي 1,5 مثل مجالات هيمنة كل من

النوع الحمضي و النوع القاعدي في كل من الدم في العروق و المعدة

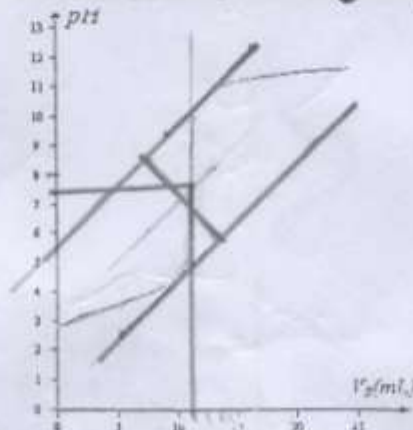
لمادا ينصح الاطباء مرضى قرحة المعدة عدم تناول الاسبيرين العادي

تاخذ حجما $V_A = 10 \text{ mL}$ من المحلول S_0 و نعايره بمحلول الصودا ذي التركيز المولي $C_B = 10^{-1} \text{ molL}^{-1}$

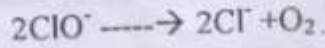
اكتب المعادلة الحصيلة لتفاعل المعايرة و استنتج طبيعة الخليط عند التكافؤ

يمثل المبيان اسفله منحنى تغيرات الخليط بدلالة حجم الصودا المضاف

حدد مبيانيا احدائيتي نقطة التكافؤ ثم استنتج كتلة حمض الاسيتيل ساليسيليك المتواجد في قرص الاسبيرين



المرين الثاني (6 نقط)



يحدث التفاعل التالي في ماء جافيل.

حيث الايونات ClO^- تلعب دور حفاز

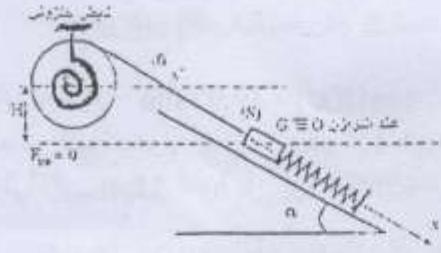
نعتبر محلولاً مائياً لماء جافيل حجمه $V_1 = 100\text{ml}$. لتتبع تطور التفاعل تحت ضغط ودرجة حرارة ثابتين نضيف اليه كمية قليلة من ايونات ClO^- عند لحضة نعتبرها اصلاً للتواريخ

يعطي الجدول التالي حجم $V(\text{O}_2)$ الاوكسجين المنطلق بدلالة الزمن. نعطي $V_m = 24\text{L.mol}^{-1}$ الحجم المولي

t(s)	0	30	60	360	390	420	450	∞
V(O ₂) (m.l.)	0	42	74	278	286	291	295	295
[ClO ⁻] (mol.L ⁻¹)	?	0,22	0,19	?	0,008	0,0035	0	0

- 1 انطلاقاً من أي لحضة يمكن اعتبار ان الايونات ClO^- اختفت كلياً
- 2 استنتج ان التركيز المولي للايونات ClO^- عند اللحضة $t=0$ يساوي $[\text{ClO}^-]_0 = 0,246\text{ mol l}^{-1}$
- 3 اوجد تعبير $[\text{ClO}^-]$ عند لحضة t بدلالة $[\text{ClO}^-]_0$ و $V(\text{O}_2)$ و V_1 و V_m الحجم المولي
- 4 احسب $[\text{ClO}^-]$ عند اللحضة $t=360\text{s}$
- 5 اعط تعريف السرعة المتوسطة لاختفاء ClO^- بين لحضتين t_1 و t_2 احسب قيمتها بين اللحضتين $t_1 = 0\text{s}$ و $t_2 = 360\text{s}$

التمرين الأول (8Pts)



نهمل جميع الاحتكاكات و نأخذ $g=10 \text{ ms}^{-2}$
 نعتبر المجموعة الممثلة في الشكل جانبه و المكونة من:
 بكرة شعاعها r قابلة للدوران في مستوى رأسي حول محور
 ثابت (Δ) يمر من مركزها O ، نرسم ب J_A لعزم قصور
 البكرة بالنسبة لمحور الدوران.
 نابض حلزوني ثابتة له C .

جسم (S) قابل للحركة على مستوى مائل بزواوية α بالنسبة للمستوى
 الأفقي. الجسم (S) مشدود من احد طرفيه لخيط (f) غير مدود
 و كتلته مهملة و من الطرف الأخر لنابض ذي لفات غير متصلة
 و ثابتة صلابة K .

$C=0,1 \text{ N.m.rad}^{-1}$ $r=10 \text{ cm}$ $m=150 \text{ g}$ $K=10 \text{ N.m}^{-1}$ $J_A=5.10^{-4} \text{ Kg.m}^2$ $\alpha=10^\circ$

عند التوازن يكون النابض ذي الصلابة K غير مشدود و يكون النابض الحلزوني ملتو بالزاوية θ_0

- 1- باعتبار توازن المجموعة اوجد تعبير الزاوية θ_0 بدلالة C, r, g, m . احسب بالدرجة قيمة الزاوية θ_0
- 2- نزيح الجسم (S) في منحنى المحور Ox بالمسافة $x_0=1,5 \text{ cm}$ و نحرره بسرعة بدنية $v_0=0,1 \text{ ms}^{-1}$ عند لحظة $t_0=0$ و نقبل أن الخيط (f) يبقى متوترا خلال الحركة.

1-2 بين أن تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة يكتب على الشكل التالي

$$Em = \frac{1}{2} a_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} a_2 x^2 + \frac{1}{2} a_3$$

حيث x أفصول مركز قصور (S) و a_1 و a_2 و a_3 ثوابت تحدد تعبيرها بدلالة المعطيات.

- نأخذ كحالة مرجعية لطاقة الوضع المرنة و طاقة وضع اللي النابضين غير مشدودين و المستوى الأفقي المار من موضع التوازن كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية. نرسم ب M لكتلة البكرة و H ارتفاع موضع قصورها بالنسبة للمستوى المرجعي.
- 2- باعتبار الدراسة الطاقية بين أن النبض الخاص ω_0 يكتب على الشكل

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K + \frac{C}{r^2}}{m + \frac{J_A}{r^2}}}$$

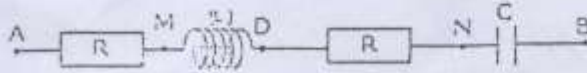
و حدد طبيعة الحركة.

- 3- اوجد المعادلة الزمنية لحركة الجسم (S) .

التمرين الثاني (6Pts)

نعتبر جزا من دارة كهربائية مكونة من موصل اومي مقاومته $R=10\Omega$ و وشيعة مقاومتها مهملة و معامل تحريضها $L=0,0184 \text{ H}$ و مكثف سعته $C=184 \mu\text{F}$

نطبق بين قطبي AB توترا متناوبا و جيبييا $u(t) = 120\sqrt{2} \cos(100\pi t)$



- 1- احسب النبض ω_0 لكي تكون الدارة مقرا لظاهرة الرنين الكهربائي
- 2- احسب ادا الشدة الفعالة I_0 للتيار المارة في الدارة
- 3- أنجز إنشاء فرينيل الموافق لهذه الحالة ثم بين أن التوترين الفعالين U_{AD} و U_{DB} متساويين
- 4- بين أن التوتر u_{AD} متقدم في الطور على التوتر u_{DB} ب $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$

التمرين الأول: حل 5 نقاط

أ- تمثل الوثيقة 1 شجرة النسب لعائلة أحمد و زوجته فاطمة، يعاني مولودهما الجديد رضا من اضطرابات هضمية: شهية ضعيفة وتقيؤ وإسهال. أحمد و فاطمة قلقان لأن ابنهما بدر توفي من جراء نفس هذه الأعراض، ولهما الإبن عمر المنغولي الذي تطور نذياه و بقيت أعضائه التناسلية ضامرة منذ بلوغه، أما بنتهما ليني فهي طبيعية.
ماذا تستنتج من تحليلك لشجرة النسب لعائلة أحمد؟

ب- بعد تحليله لشجرة النسب لأحمد، استغرب أحد طلبة كلية الطب و قال: "عريب، لم أكن أعلم أن المنغولية شذوذ وراثي مرتبط بالجنس"
هل لهذا الطالب الحق فيما استنتجه؟ علل إجابتك.

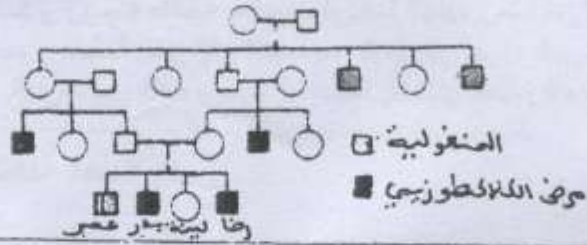
ج- تم إنجاز الخريطة الصبغية و تحليل دم كل فرد من أفراد أسرة أحمد، تعطي الوثيقة 2 النتائج المحصل عليها (في الخرائط الصبغية تم الاقتصار على زوج الصبغيات التي مسها الشذوذ و زوج الصبغيات الحامل للمورثة المسؤولة على مرض رضا و أخوه بدر)
باعتقادك على تحليل النتائج الواردة في الوثيقة 2 و على إستنتاجاتك السابقة و على معارفك:
1. حدد طبيعة المرض الذي يعاني منه رضا و الذي مات من جراءه أخوه بدر.
2. اقترح علاجاً لهذا المرض.
3. إعط المظهر الخارجي والنمط الوراثي لكل فرد من أفراد أسرة أحمد: استعمل الرموز G للإشارة لتحليلي المورثة المسؤولة على مرض رضا وأخيه.
4. اكتب الصيغة الصبغية لكل فرد من أفراد أسرة أحمد.

التمرين الثاني: حل 5 نقاط

من طحال فأر ستوصلت خلايا زرعت في ظروف مختلفة، بعد 7 أيام تم إحصاء عدد باحات الإتحلال في كل وسط الزرع كما تظهره الوثيقة 3 تعد باحات النحلل بملايين الخلايا.
1- ماهي الخلايا المناعية التي توجد في الطحال؟
2- ما طبيعة الإستجابة المناعية التي تسبب في ظهور باحات الإتحلال؟
3- بعد تحديدك لطبيعة الإستجابة المناعية المتدخلة في هذه الحالة، كيف تفسران لإقصاء للمفاربات المساعدة وإقصاء مضادات الأجسام نفس المفعول؟
أي خاصية الإستجابة المناعية تكشف عليها هذه التجارب؟

انظر الوثائق في الصفحة 2

الوثيقة 1:



الوثيقة 2:

الأفراد	تحليل الدم النسبة المئوية للتفاعل كللاكتوز-كليكوز	الخرائط الصيفية
أحمد	50 %	
فاطمة	50 %	
أيني	50 %	
عمر (المنقولي)	100 %	
المولود الجديد رضا	0 %	

الوثيقة 3:



- GRM
- خلايا من الطحال + كريات حمراء مكبش + عوامل التكملة
 - خلايا الطحال + كريات حمراء مكبش + عوامل التكملة + مواد تقصي للمفاويات المساعدة
 - مواد تقصي مضادات الأجسام

