Arts et Métiers ENSAM Maroc

Concours Commun d'accès en 1ère année ENSAM

Session du 24 Juillet 2023

Epreuve de : **Mathématiques**	Durée : **2h15mn**
Importants : 1. Les calculatrices sont strictement interdites. 2. Aucune question n'est permise pendant l'épreuve.	

Partie I : Questions à choix multiples

Pour chaque question qui suit, cocher la bonne réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

*(Une réponse correcte = **2pts**, aucune réponse, plus d'une réponse ou une réponse fausse = **0pts**)*

	Questions
Question 1	Dans $[1,\ \pi]$, l'équation $Ln(x)\,e^x - \cos(x) - 1 = 0$ admet :
Question 2	Pour $n \in \mathbb{N}$, soit $S_n = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} - \cdots - \frac{1}{3^n}$. Choisir la bonne réponse.
Question 3	Soit $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{{u_n}^2 + 2u_n},\ \forall n \geq 0. \end{cases}$ Sachant que la suite $(u_n)_n$ est croissante, choisir la bonne réponse :
Question 4	Soit f une fonction dérivable en 0 telle que $f(0) = 0$ et $f'(0) = \frac{1}{2}$. La limite $\ell = \lim_{x\to 0} \frac{x}{f(x) + 2f\left(\frac{x}{2}\right) + \cdots + nf\left(\frac{x}{n}\right)}$ est égale à :
Question 5	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{e^{x^2} - cox(x)}{x}$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 0$, et soit C_f la courbe représentative de f. Choisir la bonne réponse.
Question 6	Soit $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x}} - \frac{Ln(x)}{1+x}$. La courbe représentative C_f de f admet en $+\infty$:
Question 7	Pour $z \in \mathbb{C}$, on note par $M(z)$ le point du plan complexe d'affixe z. L'ensemble $A = \{M(z) : 2z + 2\bar{z} + z\bar{z} = 0\}$ est :
Question 8	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ avec $\Vert\vec{\imath}\Vert = \Vert\vec{\jmath}\Vert = \Vert\vec{k}\Vert = 1\,cm$, on considère le plan (P) passant par O et de vecteur $\vec{n}(2, -1, 3)$. La distance d du point $A(1, 0, -1)$ au plan (P) est égale à :
Question 9	Pour $n \in \mathbb{N}$, soit $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^n}dx$ et $J_n = \int_0^1 \frac{1}{1+x^n}dx$. Choisir la bonne réponse.
Question 10	Pour $n \in \mathbb{N}^*$ et $a \in \mathbb{R}$, soit le polynôme $P = X^n + aX^{n-1} + aX^{n-2} + \cdots + aX + a$. Le nombre réel $P(1-a)$ est égale à :
Question 11	Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}^*$ telle que $f(x-y) = f(x)f(y)$, $\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$. Choisir la bonne réponse.
Question 12	L'équation $1 + \cos(x) + \cos(2x) = 0$ admet dans $]-\pi, \pi]$:
Question 13	Dans $\mathbb{Z}^2$, l'équation $x^2 - 3y^2 = 8$ admet :
Question 14	Le reste r de la division euclidienne de 2022^{2023} est :
Question 15	Soit u le chiffre des unités du nombre entier naturel $4444^{6666} + 6666^{4444}$. Choisir la bonne réponse.

Partie II : Questions à réponses précises

Pour chaque question qui suit, écrire la réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

*(Chaque réponse est notée sur **2pts**)*

	Questions
Question 16	Une enquête faite auprès de la population étudiante d'un campus révèle : la population féminine représente 48% de la population totale, 60% des filles possèdent des compétences en soft skills et 20% des garçons sans compétences. Quelle est la probabilité P pour qu'un étudiant interrogé au hasard soit sans compétences ?
Question 17	Une société de voyage marocaine propose aux tourismes pressés une formule "Le Maroc en huit jours". Il s'agit de visiter 4 villes principales, en passant 2 jours dans chaque ville. Ces villes sont Meknès, Fès, Taza, Rabat, Marrakech et Agadir, suivant le goût de chaque client. Quel est le nombre N de formules possibles ?
Question 18	En donnant la forme géométrique et la forme algébrique du nombre complexe $\frac{1+i\sqrt{3}}{2-2i}$, déterminer la valeur de $\tan\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.
Question 19	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectivement a, b, c et d. Sachant que $a + c = b + d$ et $\frac{c-a}{b-d} = i$, donner la nature du quadrilatère $ABCD$.
Question 20	Calculer la limite $\lim_{x\to 1^-} f(x)$; où $f(x) = \frac{e^{\frac{2}{Ln(x)}}}{\sqrt{x} - 1}$.
Question 21	Calculer l'intégrale $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x) - \sin(x)}{\cos(x) + \sin(x)}dx$.
Question 22	Soit $f(x) = \frac{\sqrt{x}e^{\frac{x}{2}}}{e^x + 1}$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ tel que : $\Vert\vec{\imath}\Vert = \Vert\vec{\jmath}\Vert = 1cm$. Calculer le volume V du solide engendré par la rotation de C_f autour de l'axe des abscisses et délimité par les plans d'équations $x = 0$ et $x = 1$.
Question 23	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé d'origine O, on considère la sphère $\mathcal{S}$ d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z = 0$. Déterminer l'équation cartésienne du plan (P) tangent à la sphère $\mathcal{S}$ au point O.
Question 24	On considère l'équation différentielle $(E) : y'' - 2y' + 2y = \cos(x) + 2\sin(x)$. Sachant que la fonction $x \mapsto \cos(x)$ est une solution de (E), déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle sa courbe représentative passe par l'origine O et ayant une tangente en O de coefficient directeur -1.
Question 25	Une boite en carton parallélépipède rectangle ouverte sur le dessus a un volume de $32\ cm^3$ et une arête de la base de dessous de longueur 4cm. Quelles doivent être ses dimensions pour que sa surface totale soit minimale.

Arts et Métiers ENSAM Maroc	Concours Commun d'accès en 1ère année de l'ENSAM Maroc Epreuve de Physique Session du 24 Juillet 2023 Durée : 2h15mn

Remarques importantes :

- L'épreuve est composée d'une seule page.
- Les réponses doivent être mentionnées sur la fiche de réponse donnée au candidat.
- Le candidat doit se concentrer sur le sujet d'examen sans poser aucune question concernant son contenu.

Electricité (QCM : Marquez la bonne réponse sur la fiche de réponse)

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Partie A

Dans le schéma de la Figure 1, on utilise un supercondensateur de capacité très grande notée C et une source de courant idéale qui délivre une intensité constante $I = 100\,A$. Le supercondensateur est initialement déchargé ($u_C(t=0) = 0\,V$). A l'instant $t = 0$, on positionne l'interrupteur K en position 0. On charge alors le condensateur à courant constant. Un système d'enregistrement permet d'obtenir la mesure suivante : à $t = t_0 = 52\,s, u_C = U_0 = 2\,V$.

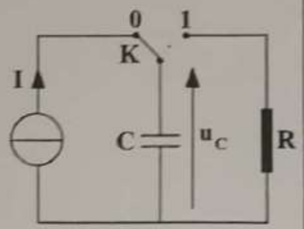


Figure 1

1. La capacité de ce condensateur vaut en Farads (F) :
2. L'énergie emmagasinée ξ_e par ce condensateur à l'instant t_0 vaut en kJ :

A l'instant t_0, on bascule l'interrupteur K à la position 1. Ce condensateur se déchargera à travers une résistance $R = 9\,\Omega$ jusqu'à l'instant t_1 où $u_C(t_1) = U_1 = 1,65\,V$. On pose : $\tau = RC$.

3. Durant la décharge de ce condensateur, l'expression de la tension $u_C(t)$ est égale à :
4. La constante de temps du circuit τ a pour valeur en heures :
5. La valeur de l'instant t_1 en secondes est d'environ :
6. L'énergie, notée ξ_R, dissipée par effet Joule dans la résistance R pendant l'intervalle de temps $[t_0, t_1]$ a pour valeur en kJ:

Partie B

Un supercondensateur est modélisé par l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance R_S et un condensateur de capacité C_S. On cherche à identifier de manière expérimentale les paramètres R_S et C_S de ce supercondensateur. Pour cela, à l'instant $t = 0$, on alimente le supercondensateur, initialement chargé sous la tension $u_0 = 1,55\,V$, par une source de courant d'intensité constante $I = 100\,A$ pendant la durée $\Delta t = 10\,s$ (Figure 2.a). On obtient le relevé de la tension $u_c = f(t)$ illustré dans la Figure 2.b (On donne : $u_1 = \frac{5}{3}\,V$).

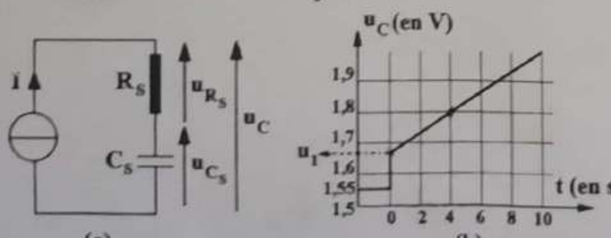


Figure 2

7. La tension $u_C(t)$ vérifie l'équation différentielle suivante :
8. En tenant compte des conditions initiales, l'expression de la tension $u_C(t)$ en fonction du temps est :
9. L'expression de la résistance R_S est :
10. La valeur de la résistance R_S en $m\Omega$ est environ :
11. La capacité C_S de ce supercondensateur en F vaut :

Partie C

On réalise un circuit électrique comportant un générateur de tension continue $E = 50\,V$, un interrupteur de courant K, trois condensateurs de même capacité C, une résistance R et une bobine d'inductance L et de résistance interne négligeable (Figure 3). A l'instant $t = 0\,s$, on positionne l'interrupteur K en position 0. On suppose que les condensateurs sont initialement chargés et les tensions à leurs bornes vérifient la relation $u_1(t=0) = u_2(t=0) = 5\,V$. A l'instant $t = 5\,ms$, un système de mesure permet de relever les grandeurs suivantes : $U(5\,ms) = 35,28\,V$ et $i_1(5\,ms) = 736\,mA$.

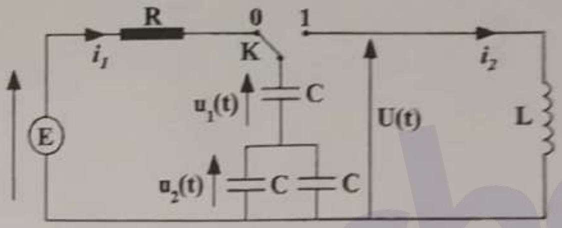


Figure 3

12. La capacité équivalente de l'association des trois condensateurs est :
13. L'équation différentielle vérifiée par $U(t)$ s'écrit sous la forme : $\alpha E = RC\frac{dU(t)}{dt} + \beta U(t)$. Le couple (α, β) a pour valeur :
14. La solution de l'équation différentielle précédente s'exprime comme suit : $U(t) = A - Be^{-\frac{t}{\tau}}$ où τ est la constante de temps du circuit. Le couple (A, B) a pour valeur en Volts :
15. La valeur de la résistance R en Ω est :
16. La valeur de la capacité C en μF est :
17. En tenant compte des conditions initiales, la tension $u_1(t)$ s'exprime en fonction de $U(t)$ comme suit : $u_1(t) = \lambda\,(U(t) + \gamma)$. Le couple (λ, γ) a pour valeur :
18. L'expression de la tension $u_2(t)$ en fonction de $U(t)$ est égale à :
19. Au bout d'un temps très supérieur à la constante de temps τ, l'énergie emmagasinée par le condensateur C soumis à la tension $u_1(t)$ vaut en mJ :
20. Le courant $i_1(t)$ s'exprime comme suit : $i_1(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$. Le couple (I_0, τ) a pour expression :
21. Le couple (I_0, τ) a pour valeur :

Après un temps très long, on bascule l'interrupteur K de la position 0 à la position 1 à un instant considéré comme origine du temps.

22. La tension $U(t)$ obéit à l'équation différentielle suivante : $\frac{d^2U(t)}{dt^2} + \mu U(t) = 0$. L'expression de μ est :
23. Un système d'enregistrement permet de déterminer l'expression du courant établi dans le circuit comme suit : $i_2(t) = 2,5\sin\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right)$ en A où T_0 est la période propre des oscillations dans le circuit.

La valeur de l'inductance L en mH est :

24. La période T_0 des oscillations qui prennent naissance dans le circuit est en secondes :
25. L'énergie totale ξ_t du circuit en mJ est :

Mécanique

On suppose que l'accélération de la pesanteur est constante et égale à $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$, dirigée vers le bas.

Les parties A, B, C et D sont indépendantes.

Rédaction : On écrit seulement le résultat final sur la fiche de réponse.

Partie A

Un corps ponctuel M de masse $m = 0,2\ kg$ est lancé, à $t = 0$, vers le haut depuis le point O (pris comme origine d'un axe (Oz) orienté vers le haut) avec une vitesse initiale verticale de norme $V_0 = 10\ m.s^{-1}$ et arrive jusqu'à un point A puis redescend. On néglige les frottements. Donner les valeurs numériques de :

26. La hauteur de montée $h = OA\ (en\ m)$.
27. La norme $V'_0\ (en\ m.s^{-1})$ de la vitesse de M quand il repasse par le point O.
28. La durée $\Delta t\ (en\ s)$ d'allée retour sur le trajet (OAO).

On reprend l'énoncé précédent et on suppose qu'en plus du poids, la masse ponctuelle subit une force de frottement verticale qui s'oppose au vecteur vitesse et d'intensité constante : $f = 0,5\ N$. Donner :

29. La valeur numérique de la hauteur de montée $h = OA\ (en\ m)$.
30. L'expression de la norme V'_0 de la vitesse de M quand il repasse par le point O, en fonction m, g, f et V_0.
31. La valeur numérique de la durée $\Delta t\ (en\ s)$ d'allée sur le trajet (OA).

Partie B

Un point matériel M se déplace sans frottements à l'intérieur d'une gouttière terminée par un cercle de rayon a. Il est lâché en A, d'une hauteur h, sans vitesse initiale (Figure 4).

32. Exprimer la norme V_M de la vitesse du point M lorsqu'il est à l'intérieur du cercle en fonction de a, h, g et θ.
33. Déterminer l'intensité R de la réaction exercée par le support circulaire sur le point matériel en fonction de m, a, h, g et θ.
34. De quelle hauteur h_{min} (exprimée en fonction de a) doit on lâcher le point matériel M sans vitesse initiale en A pour qu'il arrive jusqu'au point B le plus haut du cercle $(\theta = \pi)$? *(Indication : l'intensité R doit rester positive pour maintenir le contact entre M et le cercle).*

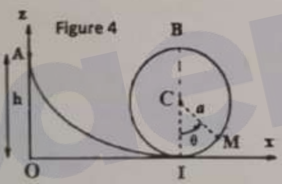


Figure 4

35. Pour $h = h_{min}$, donner l'expression de la norme V_B de la vitesse en $B\ (\theta = \pi)$ en fonction de a et g.
36. Pour $h = h_{min}$, donner, en fonction de m et g, l'expression de l'intensité R de la réaction du support au point I d'entrée du cercle $(\theta = 0)$.

QCM : Marquez la bonne réponse sur la fiche de réponse.

Partie C

Étudions un convoyeur à colis présent dans un centre de tri postal de la figure 5. Les colis sont déchargés par un tapis roulant à la vitesse $V_A = 0,2\ m.s^{-1}$, puis glissent ensuite sur un plan incliné d'angle α par rapport à l'horizontale. Ils sont ensuite pris en charge au niveau du point B par un nouveau tapis roulant qui avance à la vitesse $V_B = 0,5\ m.s^{-1}$.

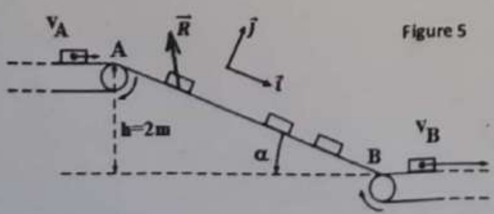


Figure 5

On se propose de déterminer l'angle α pour que le convoyeur fonctionne correctement, c'est-à-dire pour que les colis arrivent en B avec la vitesse du deuxième tapis roulant.

En plus de son poids, Le colis de masse m subit par le plan incliné une force $\vec{R} = -T\,\vec{i} + N\vec{j}$ avec $T = fN$ où $f = 0.4$ désigne le coefficient de frottement. On note $\vec{\gamma} = \gamma\,\vec{i}$ l'accélération d'un colis sur le trajet AB.

37. L'expression de γ est :
38. Le travail de la réaction $\vec{R}$ sur le trajet AB est :
39. L'expression de $tan(\alpha)$ est :
40. La valeur numérique de l'angle α est environ :

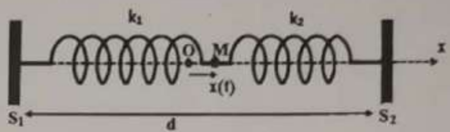
Partie D

Les sous parties D.1 et D.2 sont indépendantes.

D.1) Un point matériel M de masse m est susceptible de se déplacer sans frottements sur un axe horizontal. Il est soumis à l'action de 2 ressorts de même longueur à vide l_0 = 20 cm et de constantes de raideur différentes k_1 et k_2. Les autres extrémités des ressorts sont attachées à deux supports fixes (S_1) et (S_2) distants de d (voir Figure 6).

On donne : $m = 4\ kg$; $k_1 = 100\ N/m$; $k_2 = 300\ N/m$ et $d = 60\ cm$. On choisit la position d'équilibre de M comme origine O de l'axe (Ox).

Figure 6



41. Les longueurs $(l_{e1},\ l_{e2})$ des 2 ressorts à l'équilibre sont $(en\ cm)$:

On écarte M de sa position d'équilibre jusqu'à la position d'abscisse $x_m > 0$ puis on le lâche à $t = 0$ sans vitesse initiale. A tout instant t, le point matériel M est repéré par son abscisse $x(t)$ (figure 6). On choisit la position du repos de chaque ressort (ressort n'est ni allongé ni comprimé) comme origine de l'énergie potentielle élastique et on pose $E_0 = \frac{1}{2}k_1(l_{e1} - l_0)^2$.

42. L'énergie potentielle élastique totale du point matériel M pour une position d'abscisse $x(t)$ s'écrit : $E_{P_e} = \frac{1}{2}\alpha x^2 + (1+\beta)E_0$. Le couple (α, β) est :
43. L'équation différentielle du mouvement vérifiée par l'abscisse $x(t)$ de M sur (Ox) s'écrit : $m\ddot{x} + \lambda x = 0$. Le coefficient λ est égal à :
44. Sachant que la norme de la vitesse de M quand il passe par O est V_0, l'élongation maximale x_m de $x(t)$ s'écrit : $x_m = \mu V_0$. La valeur numérique de μ est :

D.2) On considère le système illustré dans la Figure 7 où le point matériel M de masse m est astreint à se déplacer sans frottements le long d'un demi-cercle de rayon a. Le point M est attaché à un ressort (k, l_0) dont l'autre extrémité est fixée en O' $(OO' = a)$. le point M est repéré par l'angle $\theta = (Ox, OM)$.

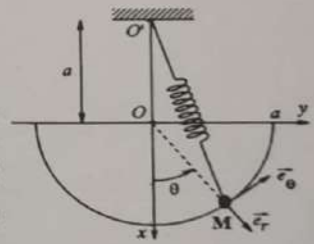


Figure 7

Pour une position θ de M, on admet que :

- la longueur du ressort est $l = O'M = 2a\cos(\frac{\theta}{2})$
- L'angle $O\hat{M}O' = \frac{\theta}{2}$

Pour simplifier le problème, on pose :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}\ ;\ \frac{g}{a} = \frac{\omega^2}{2}\ et\ \frac{l_0}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

45. L'accélération du point matériel M s'écrit : $\vec{a}(M) = c\dot{\theta}^2\vec{e}_r + d\ddot{\theta}\vec{e}_\theta$. Le couple (c, d) est :
46. L'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$ s'écrit : $\ddot{\theta} = \omega^2\left(\alpha\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \beta\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$. Le couple (α, β) est :
47. On s'intéresse au cas des petits angles $(\theta \ll 1)$. On rappelle qu'en cas de petits angles $u \ll 1$ on a : $\sin(u) \simeq u$ et $\cos(u) \simeq 1$. L'équation différentielle précédente se simplifie en : $\ddot{\theta} = \eta\omega^2\theta$. Le coefficient η est égal à :
48. Peut-on envisager, en cas de petits angles, une solution sinusoïdale $\theta(t)$ autour de la position $(\theta = 0)$?

Arts et Métiers
ENSAM Maroc

Concours Commun d'accès en 1ère année ENSAM

Session du 24 Juillet 2023

Epreuve de : **Mathématiques**	Durée : **2h15mn**
Importants : 1. Les calculatrices sont strictement interdites. 2. Aucune question n'est permise pendant l'épreuve.	

Partie I : Questions à choix multiples

Pour chaque question qui suit, cocher la bonne réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

(Une réponse correcte = 2pts, aucune réponse, plus d'une réponse ou une réponse fausse = 0pts)

	Questions
Question 1	Dans $[1,\ \pi]$, l'équation $Ln(x)\,e^x - \cos(x) - 1 = 0$ admet :
Question 2	Pour $n \in \mathbb{N}$, soit $S_n = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} - \cdots - \frac{1}{3^n}$. Choisir la bonne réponse.
Question 3	Soit $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{{u_n}^2 + 2u_n},\ \forall n \geq 0. \end{cases}$ Sachant que la suite $(u_n)_n$ est croissante, choisir la bonne réponse :
Question 4	Soit f une fonction dérivable en 0 telle que $f(0) = 0$ et $f'(0) = \frac{1}{2}$. La limite $\ell = \lim_{x\to 0} \frac{x}{f(x) + 2f\left(\frac{x}{2}\right) + \cdots + nf\left(\frac{x}{n}\right)}$ est égale à :
Question 5	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{e^{x^2} - cox(x)}{x}$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 0$, et soit $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f. Choisir la bonne réponse.
Question 6	Soit $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x}} - \frac{Ln(x)}{1+x}$. La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de f admet en $+\infty$:
Question 7	Pour $z \in \mathbb{C}$, on note par $M(z)$ le point du plan complexe d'affixe z. L'ensemble $A = \{M(z) : 2z + 2\bar{z} + z\bar{z} = 0\}$ est :
Question 8	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ avec $\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = \|\vec{k}\| = 1\,cm$, on considère le plan (P) passant par O et de vecteur $\vec{n}(2, -1, 3)$. La distance d du point $A(1, 0, -1)$ au plan (P) est égale à :
Question 9	Pour $n \in \mathbb{N}$, soit $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^n}dx$ et $J_n = \int_0^1 \frac{1}{1+x^n}dx$. Choisir la bonne réponse.
Question 10	Pour $n \in \mathbb{N}^*$ et $a \in \mathbb{R}$, soit le polynôme $P = X^n + aX^{n-1} + aX^{n-2} + \cdots + aX + a$. Le nombre réel $P(1-a)$ est égale à :
Question 11	Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}^*$ telle que $f(x-y) = f(x)f(y),\ \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$. Choisir la bonne réponse.
Question 12	L'équation $1 + \cos(x) + \cos(2x) = 0$ admet dans $]-\pi, \pi]$:
Question 13	Dans $\mathbb{Z}^2$, l'équation $x^2 - 3y^2 = 8$ admet :
Question 14	Le reste r de la division euclidienne de 2022^{2023} est :
Question 15	Soit u le chiffre des unités du nombre entier naturel $4444^{6666} + 6666^{4444}$. Choisir la bonne réponse.

Partie II : Questions à réponses précises

Pour chaque question qui suit, écrire la réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

(Chaque réponse est notée sur 2pts)

	Questions
Question 16	Une enquête faite auprès de la population étudiante d'un campus révèle : la population féminine représente 48% de la population totale, 60% des filles possèdent des compétences en soft skills et 20% des garçons sans compétences. Quelle est la probabilité P pour qu'un étudiant interrogé au hasard soit sans compétences ?
Question 17	Une société de voyage marocaine propose aux tourismes pressés une formule "Le Maroc en huit jours". Il s'agit de visiter 4 villes principales, en passant 2 jours dans chaque ville. Ces villes sont Meknès, Fès, Taza, Rabat, Marrakech et Agadir, suivant le goût de chaque client. Quel est le nombre N de formules possibles ?
Question 18	En donnant la forme géométrique et la forme algébrique du nombre complexe $\frac{1+i\sqrt{3}}{2-2i}$, déterminer la valeur de $\tan(\frac{7\pi}{12})$.
Question 19	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectivement a, b, c et d. Sachant que $a + c = b + d$ et $\frac{c-a}{b-d} = i$, donner la nature du quadrilatère $ABCD$.
Question 20	Calculer la limite $\lim_{x\to 1^-} f(x)$; où $f(x) = \frac{e^{\frac{2}{Ln(x)}}}{\sqrt{x} - 1}$.
Question 21	Calculer l'intégrale $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x) - \sin(x)}{\cos(x) + \sin(x)}dx$.
Question 22	Soit $f(x) = \frac{\sqrt{x}e^{\frac{x}{2}}}{e^x + 1}$ et soit $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ tel que : $\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = 1cm$. Calculer le volume V du solide engendré par la rotation de $\mathcal{C}_f$ autour de l'axe des abscisses et délimité par les plans d'équations $x = 0$ et $x = 1$.
Question 23	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé d'origine O, on considère la sphère $\mathcal{S}$ d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z = 0$. Déterminer l'équation cartésienne du plan (P) tangent à la sphère $\mathcal{S}$ au point O.
Question 24	On considère l'équation différentielle $(E) : y'' - 2y' + 2y = \cos(x) + 2\sin(x)$. Sachant que la fonction $x \mapsto \cos(x)$ est une solution de (E), déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle sa courbe représentative passe par l'origine O et ayant une tangente en O de coefficient directeur -1.
Question 25	Une boite en carton parallélépipède rectangle ouverte sur le dessus a un volume de $32\ cm^3$ et une arête de la base de dessous de longueur 4cm. Quelles doivent être ses dimensions pour que sa surface totale soit minimale.

Arts et Métiers ENSAM Maroc	**Concours Commun d'accès en 1ère année de l'ENSAM Maroc** **Epreuve de Physique** **Session du 24 Juillet 2023** **Durée : 2h15mn**

Remarques importantes :

- L'épreuve est composée d'une seule page.
- Les réponses doivent être mentionnées sur la fiche de réponse donnée au candidat.
- Le candidat doit se concentrer sur le sujet d'examen sans poser aucune question concernant son contenu.

Electricité (QCM : Marquez la bonne réponse sur la fiche de réponse)

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Partie A

Dans le schéma de la Figure 1, on utilise un supercondensateur de capacité très grande notée C et une source de courant idéale qui délivre une intensité constante $I = 100\,A$. Le supercondensateur est initialement déchargé ($u_C(t=0) = 0\,V$). A l'instant $t = 0$, on positionne l'interrupteur K en position 0. On charge alors le condensateur à courant constant. Un système d'enregistrement permet d'obtenir la mesure suivante : à $t = t_0 = 52\,s, u_C = U_0 = 2\,V$.

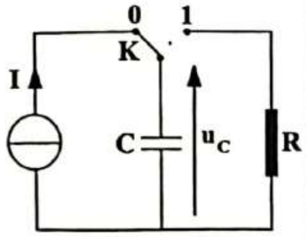


Figure 1

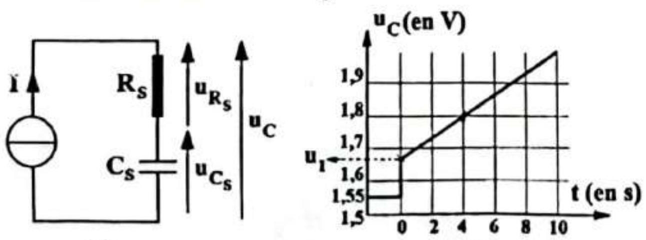
1. La capacité de ce condensateur vaut en Farads (F) :
2. L'énergie emmagasinée ξ_c par ce condensateur à l'instant t_0 vaut en kJ :

A l'instant t_0, on bascule l'interrupteur K à la position 1. Ce condensateur se déchargera à travers une résistance $R = 9\,\Omega$ jusqu'à l'instant t_1 où $u_C(t_1) = U_1 = 1,65\,V$. On pose : $\tau = RC$.

3. Durant la décharge de ce condensateur, l'expression de la tension $u_C(t)$ est égale à :
4. La constante de temps du circuit τ a pour valeur en heures :
5. La valeur de l'instant t_1 en secondes est d'environ :
6. L'énergie, notée ξ_R, dissipée par effet Joule dans la résistance R pendant l'intervalle de temps $[t_0, t_1]$ a pour valeur en kJ:

Partie B

Un supercondensateur est modélisé par l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance R_S et un condensateur de capacité C_S. On cherche à identifier de manière expérimentale les paramètres R_S et C_S de ce supercondensateur. Pour cela, à l'instant $t = 0$, on alimente le supercondensateur, initialement chargé sous la tension $u_0 = 1,55\,V$, par une source de courant d'intensité constante $I = 100\,A$ pendant la durée $\Delta t = 10\,s$ (Figure 2.a). On obtient le relevé de la tension $u_c = f(t)$ illustré dans la Figure 2.b (On donne : $u_1 = \frac{5}{3}\,V$).



(a) (b)

Figure 2

7. La tension $u_C(t)$ vérifie l'équation différentielle suivante :
8. En tenant compte des conditions initiales, l'expression de la tension $u_C(t)$ en fonction du temps est :
9. L'expression de la résistance R_S est :
10. La valeur de la résistance R_S en $m\Omega$ est environ :
11. La capacité C_S de ce supercondensateur en F vaut :

Partie C

On réalise un circuit électrique comportant un générateur de tension continue $E = 50\,V$, un interrupteur de courant K, trois condensateurs de même capacité C, une résistance R et une bobine d'inductance L et de résistance interne négligeable (Figure 3). A l'instant $t = 0\,s$, on positionne l'interrupteur K en position 0. On suppose que les condensateurs sont initialement chargés et les tensions à leurs bornes vérifient la relation $u_1(t=0) = u_2(t=0) = 5\,V$. A l'instant $t = 5\,ms$, un système de mesure permet de relever les grandeurs suivantes : $U(5\,ms) = 35,28\,V$ et $i_1(5\,\text{ms}) = 736\,mA$.

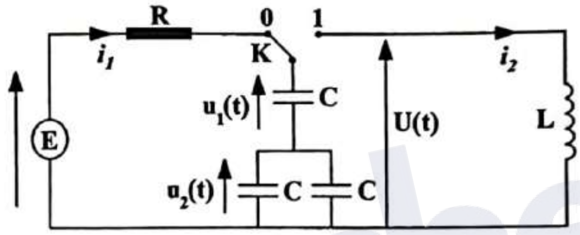


Figure 3

12. La capacité équivalente de l'association des trois condensateurs est :
13. L'équation différentielle vérifiée par $U(t)$ s'écrit sous la forme : $\alpha E = RC\frac{dU(t)}{dt} + \beta U(t)$. Le couple (α, β) a pour valeur :
14. La solution de l'équation différentielle précédente s'exprime comme suit : $U(t) = A - Be^{-\frac{t}{\tau}}$ où τ est la constante de temps du circuit. Le couple (A, B) a pour valeur en Volts :
15. La valeur de la résistance R en Ω est :
16. La valeur de la capacité C en μF est :
17. En tenant compte des conditions initiales, la tension $u_1(t)$ s'exprime en fonction de $U(t)$ comme suit : $u_1(t) = \lambda\,(U(t) + \gamma)$. Le couple (λ, γ) a pour valeur :
18. L'expression de la tension $u_2(t)$ en fonction de $U(t)$ est égale à :
19. Au bout d'un temps très supérieur à la constante de temps τ, l'énergie emmagasinée par le condensateur C soumis à la tension $u_1(t)$ vaut en mJ :
20. Le courant $i_1(t)$ s'exprime comme suit : $i_1(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$. Le couple (I_0, τ) a pour expression :
21. Le couple (I_0, τ) a pour valeur :

Après un temps très long, on bascule l'interrupteur K de la position 0 à la position 1 à un instant considéré comme origine du temps.

22. La tension $U(t)$ obéit à l'équation différentielle suivante : $\frac{d^2U(t)}{dt^2} + \mu U(t) = 0$. L'expression de μ est :
23. Un système d'enregistrement permet de déterminer l'expression du courant établi dans le circuit comme suit : $i_2(t) = 2,5 sin\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right)$ $en\ A$ où T_0 est la période propre des oscillations dans le circuit.

    La valeur de l'inductance L en mH est :
24. La période T_0 des oscillations qui prennent naissance dans le circuit est en secondes :
25. L'énergie totale ξ_t du circuit en mJ est :

Mécanique

On suppose que l'accélération de la pesanteur est constante et égale à $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$, dirigée vers le bas.

Les parties A, B, C et D sont indépendantes.

Rédaction : On écrit seulement le résultat final sur la fiche de réponse.

Partie A

Un corps ponctuel M de masse $m = 0,2\ kg$ est lancé, à $t = 0$, vers le haut depuis le point O (pris comme origine d'un axe (Oz) orienté vers le haut) avec une vitesse initiale verticale de norme $V_0 = 10\ m.s^{-1}$ et arrive jusqu'à un point A puis redescend. On néglige les frottements. Donner les valeurs numériques de :

26. La hauteur de montée $h = OA\ (en\ m)$.
27. La norme V_0' $(en\ m.s^{-1})$ de la vitesse de M quand il repasse par le point O.
28. La durée Δt $(en\ s)$ d'allée retour sur le trajet (OAO).

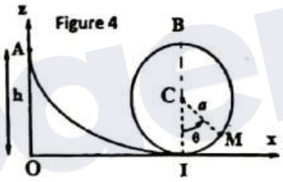
On reprend l'énoncé précédent et on suppose qu'en plus du poids, la masse ponctuelle subit une force de frottement verticale qui s'oppose au vecteur vitesse et d'intensité constante : $f = 0,5\ N$. Donner :

29. La valeur numérique de la hauteur de montée $h = OA\ (en\ m)$.
30. L'expression de la norme V_0' de la vitesse de M quand il repasse par le point O, en fonction m, g, f et V_0.
31. La valeur numérique de la durée Δt $(en\ s)$ d'allée sur le trajet (OA).

Partie B

Un point matériel M se déplace sans frottements à l'intérieur d'une gouttière terminée par un cercle de rayon a. Il est lâché en A, d'une hauteur h, sans vitesse initiale (Figure 4).

32. Exprimer la norme V_M de la vitesse du point M lorsqu'il est à l'intérieur du cercle en fonction de a, h, g et θ.
33. Déterminer l'intensité R de la réaction exercée par le support circulaire sur le point matériel en fonction de m, a, h, g et θ.
34. De quelle hauteur h_{min} (exprimée en fonction de a) doit on lâcher le point matériel M sans vitesse initiale en A pour qu'il arrive jusqu'au point B le plus haut du cercle $(\theta = \pi)$? *(Indication : l'intensité R doit rester positive pour maintenir le contact entre M et le cercle).*

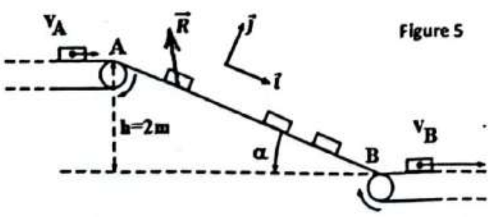


35. Pour $h = h_{min}$, donner l'expression de la norme V_B de la vitesse en B $(\theta = \pi)$ en fonction de a et g.
36. Pour $h = h_{min}$, donner, en fonction de m et g, l'expression de l'intensité R de la réaction du support au point I d'entrée du cercle $(\theta = 0)$.

QCM : Marquez la bonne réponse sur la fiche de réponse.

Partie C

Étudions un convoyeur à colis présent dans un centre de tri postal de la figure 5. Les colis sont déchargés par un tapis roulant à la vitesse $V_A = 0,2\ m.s^{-1}$, puis glissent ensuite sur un plan incliné d'angle α par rapport à l'horizontale. Ils sont ensuite pris en charge au niveau du point B par un nouveau tapis roulant qui avance à la vitesse $V_B = 0,5\ m.s^{-1}$.



On se propose de déterminer l'angle α pour que le convoyeur fonctionne correctement, c'est-à-dire pour que les colis arrivent en B avec la vitesse du deuxième tapis roulant.

En plus de son poids, Le colis de masse m subit par le plan incliné une force $\vec{R} = -T\,\vec{i} + N\vec{j}$ avec $T = fN$ où $f = 0.4$ désigne le coefficient de frottement. On note $\vec{\gamma} = \gamma\,\vec{i}$ l'accélération d'un colis sur le trajet AB.

37. L'expression de γ est :
38. Le travail de la réaction $\vec{R}$ sur le trajet AB est :
39. L'expression de $tan(\alpha)$ est :
40. La valeur numérique de l'angle α est environ :

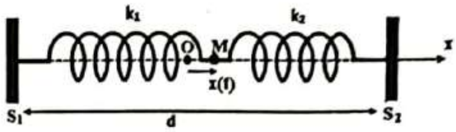
Partie D

Les sous parties D.1 et D.2 sont indépendantes.

D.1) Un point matériel M de masse m est susceptible de se déplacer sans frottements sur un axe horizontal. Il est soumis à l'action de 2 ressorts de même longueur à vide l_0 = 20 cm et de constantes de raideur différentes k_1 et k_2. Les autres extrémités des ressorts sont attachées à deux supports fixes (S_1) et (S_2) distants de d (voir Figure 6).

On donne : $m = 4\ kg$; $k_1 = 100\ N/m$; $k_2 = 300\ N/m$ et $d = 60\ cm$. On choisit la position d'équilibre de M comme origine O de l'axe (Ox).

Figure 6



41. Les longueurs $(l_{e1},\ l_{e2})$ des 2 ressorts à l'équilibre sont $(en\ cm)$:

On écarte M de sa position d'équilibre jusqu'à la position d'abscisse $x_m > 0$ puis on le lâche à $t = 0$ sans vitesse initiale. A tout instant t, le point matériel M est repéré par son abscisse $x(t)$ (figure 6). On choisit la position du repos de chaque ressort (ressort n'est ni allongé ni comprimé) comme origine de l'énergie potentielle élastique et on pose $E_0 = \frac{1}{2}k_1(l_{e1} - l_0)^2$.

42. L'énergie potentielle élastique totale du point matériel M pour une position d'abscisse $x(t)$ s'écrit : $E_{P_e} = \frac{1}{2}\alpha x^2 + (1+\beta)E_0$. Le couple (α, β) est :
43. L'équation différentielle du mouvement vérifiée par l'abscisse $x(t)$ de M sur (Ox) s'écrit : $m\ddot{x} + \lambda x = 0$. Le coefficient λ est égal à :
44. Sachant que la norme de la vitesse de M quand il passe par O est V_0, l'élongation maximale x_m de $x(t)$ s'écrit : $x_m = \mu V_0$. La valeur numérique de μ est :

D.2) On considère le système illustré dans la Figure 7 où le point matériel M de masse m est astreint à se déplacer sans frottements le long d'un demi-cercle de rayon a. Le point M est attaché à un ressort (k, l_0) dont l'autre extrémité est fixée en O' $(OO' = a)$. le point M est repéré par l'angle $\theta = (Ox, OM)$.

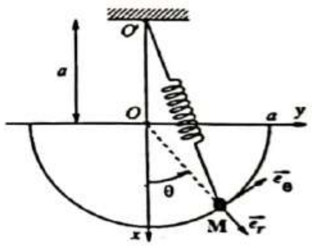


Figure 7

Pour une position θ de M, on admet que :

- la longueur du ressort est $l = O'M = 2a\cos(\frac{\theta}{2})$
- L'angle $O\widehat{M}O' = \frac{\theta}{2}$

Pour simplifier le problème, on pose :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}\ ;\ \frac{g}{a} = \frac{\omega^2}{2}\ et\ \frac{l_0}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

45. L'accélération du point matériel M s'écrit : $\vec{a}(M) = c\dot{\theta}^2\vec{e}_r + d\ddot{\theta}\vec{e}_\theta$. Le couple (c, d) est :
46. L'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$ s'écrit : $\ddot{\theta} = \omega^2\left(\alpha\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \beta\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$. Le couple (α, β) est :
47. On s'intéresse au cas des petits angles $(\theta \ll 1)$. On rappelle qu'en cas de petits angles $u \ll 1$ on a : $\sin(u) \simeq u$ et $\cos(u) \simeq 1$. L'équation différentielle précédente se simplifie en : $\ddot{\theta} = \eta\omega^2\theta$. Le coefficient η est égal à :
48. Peut-on envisager, en cas de petits angles, une solution sinusoïdale $\theta(t)$ autour de la position $(\theta = 0)$?