

Remarques importantes :

- L'épreuve est composée d'une seule page. Elle est rédigée en français et elle est traduite en arabe (voir verso de la feuille).
- Les réponses doivent être mentionnées sur la fiche de réponse donnée au candidat.
- Le candidat doit se concentrer sur le sujet d'examen sans poser aucune question concernant son contenu.

Mécanique

Dans toute cette partie mécanique on suppose que l'intensité de pesanteur est constante et de module égal à $g=10\text{m/s}^2$.
Les parties A, B et C sont indépendantes.

Partie A (Rédaction : On écrit seulement le résultat final sur la fiche de réponse)

Un camion de masse $m=15000\text{Kg}$ part, à $t=0$, sans vitesse initiale sur une route rectiligne et horizontale et à l'instant 40s , la vitesse devient 72km/h . On néglige les frottements et on suppose que le moteur du véhicule exerce une force \vec{F} constante et parallèle à la trajectoire.

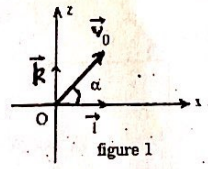
- Déterminer :**
- 1- La valeur numérique γ de la norme de l'accélération du centre d'inertie du camion.
 - 2- La valeur numérique de l'intensité F de la force \vec{F} .
 - 3- La valeur numérique du travail W de la force \vec{F} durant l'intervalle de temps $[0, 40\text{s}]$.
 - 4- Pour tout instant t , la puissance instantanée $P(t)$ de la force \vec{F} en fonction de F, m et t .

Le camion aborde sans vitesse initiale, en montée et selon la ligne de plus grande pente, une route rectiligne inclinée d'un angle $\alpha=20^\circ$ par rapport à l'horizontal. On suppose également que le moteur du véhicule exerce une force \vec{F} constante parallèle à la trajectoire et que les frottements sont négligeables. Sachant que le camion parcourt la distance $d=500\text{m}$ pendant une durée $\Delta t=40\text{s}$.

- Déterminer :**
- 5- La valeur de la norme γ de l'accélération du centre d'inertie du camion.
 - 6- La valeur de l'intensité F de la force \vec{F} .
 - 7- En réalité, avec la valeur précédente de F , et à cause des frottements le camion parcourt la distance $d=500\text{m}$ pendant une durée $\Delta t' > \Delta t$. On suppose que les frottements sont équivalents à une force \vec{f} constante qui s'oppose au mouvement. Déterminer la norme f de \vec{f} en fonction de $m, d, \Delta t$ et $\Delta t'$.

Partie B (QCM : Marquez la bonne réponse sur la fiche de réponse)

Un projectile (A), assimilé à un point matériel de masse m , est lancé à $t=0$ d'un point O, origine d'un repère orthonormé direct (Oxz), avec une vitesse \vec{V}_0 contenue dans le plan vertical (Oxz) et faisant l'angle $\alpha=30^\circ$ avec l'axe horizontal (Ox) (figure 1).



- On donne $V_0=100\text{m/s}$.
- 1- Le couple (x_s, z_s) des coordonnées du sommet S de la trajectoire du projectile est :
 - 2- Le module V_s de la vitesse au sommet S est :
 - 3- La durée du mouvement depuis O à S est :
- A l'origine du temps précédente ($t=0$), on lâche une cible (B) sans vitesse initiale au point de coordonnées $(x_s, 0, h)$ avec $h > z_s$.
- 4- La valeur numérique de h pour que le projectile (A) atteigne la cible (B) au sommet S est :

Partie C (QCM : Cochez la bonne réponse sur la fiche de réponse)

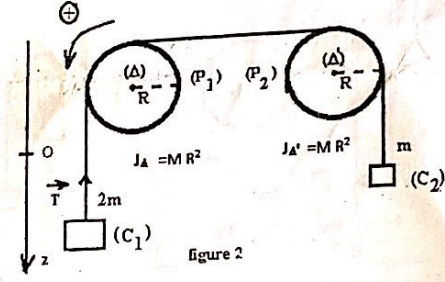
Pour les poulies considérées dans cette partie, le moment d'inertie par rapport à l'axe (Δ) d'une poulie de rayon R de masse M est donné par $J_\Delta = MR^2$. Les fils qui s'enroulent sur les gorges des poulies sont inextensibles et de masses négligeables.

On considère le système de la figure 2: les deux poulies (P_1) et (P_2) sont identiques chacune de masse $M=2\text{Kg}$, de rayon $R=24\text{cm}$ et d'axes (Δ) et (Δ') fixes, horizontaux, parallèles et situés à la même hauteur par rapport au sol. Les corps (C_1) et (C_2) sont de masses respectivement $2m$ et m avec $m=0.5\text{Kg}$. Les poulies tournent sans frottements.

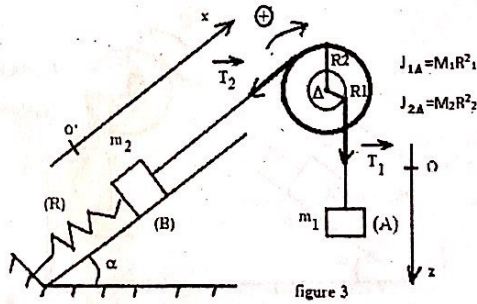
A l'instant $t=0$, on libère le système sans vitesse initiale. On admet que l'énergie mécanique totale du système est :

$$E_m = (M + \frac{3}{2}m)gz^2 - mgz$$

- Avec z est l'abscisse du centre d'inertie des corps (C_1) sur l'axe (Oz).
- 1- La valeur de la norme γ de l'accélération du centre d'inertie de (C_1) est :
 - 2- La valeur de la tension T du fil (voir figure) est :
 - 3- L'instant t_1 où la poulie (P_1) effectue trois tours est :
 - 4- la vitesse angulaire ω_1 de (P_1) à cet instant est :



On considère maintenant un autre système représenté sur la figure 3: Les deux poulies sont solidaires de rayons et masses respectivement R_1, M_1 et R_2, M_2 avec ($R_1 < R_2$). Elles peuvent tourner sans frottements autour de leur axe commun (Δ), horizontal fixe et passant par leurs centres. Le corps (B) peut se déplacer sans frottement, selon la ligne de plus grande pente, sur le plan incliné d'un angle $\alpha=30^\circ$ par rapport à l'horizontal et rattaché à un ressort (R) de masse négligeable, de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k dont l'autre extrémité est fixe. On choisit les origines des axes ($O'x'$) et (Oz) de telle sorte qu'à l'équilibre les abscisses des centres d'inerties des corps (A) et (B) soient nulles. Les corps (A) et (B) sont de masses respectivement m_1 et m_2 . On note Δl l'allongement du ressort à l'équilibre. Pour simplifier on prend : $M_1=m_1=2m, m_2=m, M_2=3m, R_1=R$ et $R_2=2R$ où m est une masse arbitraire.



5-A l'équilibre la relation entre les modules T_1 et T_2 des tensions des fils est :

6-A l'équilibre du système la relation entre k , m , g et Δl_0 est :

On écarte le système par rapport à son état d'équilibre et on le laisse évoluer tout seul selon un mouvement oscillatoire. On note x , les abscisses des centres d'inertie respectivement de (A) et (B), et θ l'angle avec lequel les poulies tournent par rapport à l'état d'équilibre.

7-la relation entre x , z et θ est :

8- L'énergie cinétique totale du système est :

On admet que l'énergie potentielle de pesanteur totale pour (A) et (B) en tenant compte des données précédentes est: $E_{pp} = -mgz$.

La référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} est choisie quand le système est à l'état d'équilibre.

9- L'énergie potentielle totale E_p est :

10- L'équation différentielle vérifiée par z est :

Electricité (QCM : Marquez la bonne réponse sur la fiche de réponse)

On réalise un circuit électrique comportant une bobine d'inductance L et de résistance interne r , deux dipôles ohmiques de même résistance R montés en parallèle, deux condensateurs identiques de capacité C montés en parallèle non chargés initialement, un dipôle ohmique de résistance R et des interrupteurs de courant K_1 , K_2 et K_3 (figure 1). L'ensemble est alimenté par un générateur de tension de force électromotrice (f.é.m) E .

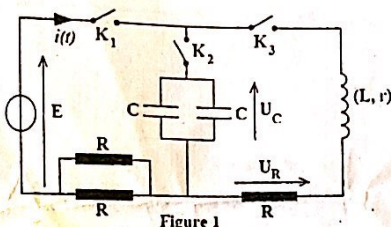


Figure 1

On donne : $E = 5 \text{ V}$, $R = 20 \Omega$.

Détermination des caractéristiques de la bobine (L, r)

A l'instant $t = 0$, on ferme les interrupteurs K_1 et K_3 (K_2 est toujours ouvert).

1. L'équation différentielle vérifiée par l'intensité instantanée du courant $i(t)$ traversant le circuit s'écrit comme suit :
2. La constante du temps τ du circuit est égale à :
3. On note I_0 l'intensité du courant $i(t)$ en régime permanent. La solution de l'équation différentielle précédente s'écrit :
4. L'expression I_0 de s'écrit :
5. On a tracé les variations de la grandeur $\frac{di(t)}{dt}$ en fonction de $i(t)$ et on a obtenu la courbe de la figure 2.

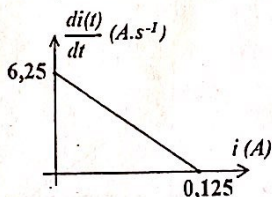


Figure 2

- a. L'inductance L de la bobine a pour valeur :
- b. La résistance r de la bobine vaut :
- c. L'énergie emmagasinée dans la bobine en régime permanent est égale à :

Détermination de la capacité C des condensateurs

- A l'instant $t = 0$, on ferme les interrupteurs K_1 et K_2 et on ouvre K_3 .
6. L'équation différentielle vérifiée par la tension $U_C(t)$ aux bornes des condensateurs est donnée par l'expression suivante :
7. La solution de l'équation différentielle précédente s'écrit :

8. Sachant que le pourcentage de la tension $U_C(t)$, à l'instant $t = 6,91 \text{ ms}$, par rapport à sa valeur maximale U_{Cmax} est : $\frac{U_C}{U_{Cmax}} = 99\%$, la capacité C des condensateurs a pour valeur :

Oscillations libres dans un circuit en série (RLC)

Lorsque le régime permanent dans le circuit précédent est établi, on ferme K_2 et K_3 et on ouvre K_1 à un instant considéré comme une nouvelle origine du temps.

Nous pouvons exprimer l'équation différentielle vérifiée par U_R comme suit :

$$\frac{d^2 U_R}{dt^2} + 2\lambda \frac{dU_R}{dt} + \frac{4\pi^2}{T_0^2} U_R = 0$$

où λ et T_0 sont des constantes dont les expressions peuvent être déterminées en fonction des paramètres du circuit.

9. L'expression de λ s'écrit :
10. T_0 s'exprime comme suit :
11. Nous supposons la pseudo-période T du circuit (RLC) est égale approximativement à la période propre T_0 de l'oscillateur non amorti $T \approx T_0$. On donne : $T = 68,8 \text{ ms}$.
On déduit que la capacité C des condensateurs a pour valeur :

Décroissance radioactive (QCM : Marquez la bonne réponse sur la fiche de réponse)

Remarque importante : les questions suivantes sont indépendantes

1. On considère un échantillon radioactif formée de N_0 nucléides radioactifs à l'instant $t = 0$. Ces derniers se désintègrent en fonction du temps. On note donc $N(t)$ le nombre de nucléides présents à l'instant t . On note $t_{1/2}$ la demi-vie de l'échantillon radioactif. $N(t)$ s'exprime en fonction de N_0 , $t_{1/2}$ et t comme suit :
2. L'Uranium $^{238}_{92}\text{U}$, après x désintégrations α et y désintégrations β^- conduit à un noyau stable, le Plomb $^{206}_{82}\text{Pb}$ selon l'équation suivante : $^{238}_{92}\text{U} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb} + x^4_2\text{He} + y_{-1}^0\text{e}^-$
La valeur des coefficients (x,y) est :
3. Un radioélément de demi-vie $t_{1/2} = 15 \text{ s}$ a une activité initiale $A_0 = 3.10^8 \text{ Bq}$ (à l'instant $t = 0$).
a. L'activité de cet élément à l'instant $t = 45 \text{ s}$ est :
b. Le nombre des nucléons présents à l'instant $t = 45 \text{ s}$ vaut :
4. L'activité du carbone $^{14}_6\text{C}$ dans des bois carbonisés lors d'une éruption volcanique est $A = 4,8$ désintégrations par gramme et par minute (d.p.m) ; dans un bois vivant cette activité est $A_0 = 13,5 \text{ d.p.m}$.
La demi-vie du carbone 14 vaut $t_{1/2} = 5600 \text{ ans}$.
La date de l'éruption volcanique est estimée à :
5. La demi-vie de l'Iode $^{131}_{53}\text{I}$ de masse molaire 131 g/mol , utilisé en médecine est $t_{1/2} = 8,1 \text{ jours}$.
On donne : la constante d'Avogadro $N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$.
L'activité radioactive A de $1,0 \text{ g}$ d'Iode 131 vaut :
6. L'Astate 210 est un élément radioactif β^+ rare, présent avec des quantités infinitésimales dans l'Uranium pur, et sa demi-vie a pour valeur $t_{1/2} = 8 \text{ h}$. On dispose d'un échantillon d'astate de masse $m = 105 \text{ g}$.
La masse restante au bout d'une demi-journée (12h) est :

Concours Commun d'accès en 1^{er} année préparatoire de l'ENSAM
Session du 22 juillet 2019

Epreuve de : Mathématiques	Durée : 2h15mn
Importants :	
<ol style="list-style-type: none"> Aucune question n'est permise pendant l'épreuve. Les calculatrices sont strictement interdites. 	

Partie I : Questions à réponses précises

Pour chaque question qui suit, écrire la réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses
(Chaque réponse est notée sur 2pts)

Question	الأسئلة
Question 1	ليكن $\alpha \in]0, 1[$ لكل $n \in \mathbb{N}$ نضع $(1 - \alpha)^2 + \dots + (1 - \alpha)^n$. احسب النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$. $S_n = 1 + (1 - \alpha) + (1 - \alpha)^2 + \dots + (1 - \alpha)^n$.
Question 2	ليكن n عدد الكلمات من 9 أحرف (بمعنى أو بدون معنى) التي يمكن كتابتها بحروف كلمة UMI MEKNES. علما أن كل كلمة يجب أن تكتب بجميع أحرف كلمة UMI MEKNES، احسب n .
Question 3	في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم، نعتبر ثلاث نقاط مختلفة A و B و C على إحدى النقط A أو B أو C . حدد المركز Ω والزواية θ لدوران يحول إحدى النقط A أو B أو C إلى إحدى النقط A أو B أو C .
Question 4	باستعمال مكاملة بالأجزاء، احسب التكامل $I = \int_0^1 \ln(x + \sqrt{2 + x^2}) dx$.
Question 5	ليكن $(0, i, j)$ معلم متعامد منظم في المستوى بحيث $\ i\ = \ j\ = 1cm$. احسب مساحة الحيز المحصور بين الشالجح ذو المعادلة $x^2 + y = 1$ و $x = 1$ والمعادلة $x^2 + y = \frac{1}{2}$ والمستقيمان ذوا المعادلتين $x = 1$ و $x = \frac{1}{2}$.
Question 6	حدد حلا خاصا γ للمعادلة التفاضلية $0 = \gamma' + 3\gamma^2$ للمعلم في النقطة ذات الأضلاع 1.
Question 7	في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد منظم أصله O ، نعتبر الفلكة S ذات المعادلة $0 = 4y - 2x + x^2 + y^2 + z^2$ والنقطة A ذات الإحداثيات $(2, 1, 0)$. حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المماس ل S في النقطة O والعمودي على المستقيم (OA) .
Question 8	ترمي ثلاث مرات متتالية على هدف ثابت، احتمال إصابة الهدف في الرمية الأولى هو $0,4$ واحتمال إصابته في الرمية الثانية هو $0,5$ واحتمال إصابته في الرمية الثالثة هو $0,7$. ما هو الاحتمال P لإصابة الهدف مرة واحدة على الأقل.
Question 9	حسب النهاية $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، حيث $f(x) = \frac{1 - e^{x-1}}{x \cos(\frac{\pi}{2}x)}$.
Question 10	ليكن ABC مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في A مع $AB = 2\sqrt{2} m$. حدد القيمة القصوى S_m لمساحة مستطيل $AIJK$ محاط بالمثلث ABC .

Partie II : Questions à choix multiples

Pour chaque question qui suit, cocher la bonne réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

(Bonne réponse = 2pts, fausse réponse, plus d'une réponse ou pas de réponse = 0pts)

Question 6	المعادلة $x^2 = y$ و $y = x^2$ مستقيمات في المستوى بحيث $1 \text{ cm} = z $. احسب مساحة الجزء المحصور بين التالجم ذو المعادلة $x = y$ و $x = 1$ و $x = \frac{1}{2}$ المستقيمان ذوا المعادلة التفاضلية $0 = 3x^2 + y$ و $0 = x^2 + y$. حدد خلا خلايا 0 المعادلة التفاضلية $0 = 3x^2 + y$ و $0 = x^2 + y$. المعلم في النقطة z المعادلة $0 = 3x^2 + y$ و $0 = x^2 + y$. في المستوى المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متعامد أصله 0 . تعتبر الفلكة S ذات المعادلة $0 = 4y - 2x^2 + y^2 + x^2$ ذات الإحداثيات $(2, 1, 0)$. حدد تعقلا بالأمينا للمنسوب للمستقيم (D) المتناسي لـ S في النقطة 0 و المودي على المستقيم (OA) . برمى ثلاث مرات متتالية على هدف ثابت. احتمال إصابة الهدف في الرمية الأولى هو $0,4$ و احتمال إصابته في الرمية الثانية هو $0,7$. ما هو الاحتمال P لإصابته الهدف مرة واحدة على الأقل. الرمية الثالثة هو $0,7$. ما هو الاحتمال P لإصابته الهدف مرة واحدة على الأقل.
Question 7	احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ حيث $f(x) = \frac{1 - e^{x-1}}{x \cos(\frac{\pi}{x})}$
Question 8	احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ حيث $f(x) = \frac{1 - e^{x-1}}{x \cos(\frac{\pi}{x})}$
Question 9	احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ حيث $f(x) = \frac{1 - e^{x-1}}{x \cos(\frac{\pi}{x})}$
Question 10	لكن ABC مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في A مع $AB = 2\sqrt{2} \text{ cm}$. حدد القیطة القصوية S_m مساحة مستطیل $AIJK$ محاط بالمثلث ABC .

Partie II : Questions à choix multiples

Pour chaque question qui suit, cocher la bonne réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses
(Bonne réponse = 2pts, fausse réponse, plus d'une réponse ou pas de réponse = 0pts)

Question 11	لكل $n \geq 1$, نضع $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x) dx$. علما أن $0 \leq \ln(1+x) \leq x, \forall x \geq 0$. اختر الإجابة الصحيحة.
Question 12	في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متعامد (O, i, j, k) مع $\ k\ = 1 \text{ cm}$. لتعبير النقط $A(1, 1, -1)$ و $B(1, 0, -1)$ و $C(0, 0, 1)$. ما هو الارتفاع h للمثلث ABC المر من A ؟
Question 13	لكل $z \in \mathbb{C}$, نرمز بـ $M(z)$ نقطة المستوى العقدي ذات الحرق z . المجموعة $z \in \mathbb{C}$ هي $A = \{M(z) : z = z + \bar{z}\}$: هي
Question 14	لتعبير المعادلة $f(x) = \ln(1+e^x) + x = 1, x \in]0, \frac{\pi}{6}[$ لنكن $g(x) = \frac{1}{1+e^x}$ و $g(x) = \frac{1}{1+e^x} + \ln(1+x)$ بـ $[0, +\infty[$. علما أن المتتالية $(a_n)_n$ متتالية تزايدية و مكورة، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 15	لكن $g(x) = \ln(1+e^x) + x = 1, x \in]0, \frac{\pi}{6}[$ لنكن $g(x) = \frac{1}{1+e^x}$ و $g(x) = \frac{1}{1+e^x} + \ln(1+x)$ بـ $[0, +\infty[$. علما أن المتتالية $(a_n)_n$ متتالية تزايدية و مكورة، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 16	لكن $g(x) = \ln(1+e^x) + x = 1, x \in]0, \frac{\pi}{6}[$ لنكن $g(x) = \frac{1}{1+e^x}$ و $g(x) = \frac{1}{1+e^x} + \ln(1+x)$ بـ $[0, +\infty[$. علما أن المتتالية $(a_n)_n$ متتالية تزايدية و مكورة، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 17	لكن $g(x) = \ln(1+e^x) + x = 1, x \in]0, \frac{\pi}{6}[$ لنكن $g(x) = \frac{1}{1+e^x}$ و $g(x) = \frac{1}{1+e^x} + \ln(1+x)$ بـ $[0, +\infty[$. علما أن المتتالية $(a_n)_n$ متتالية تزايدية و مكورة، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 18	لكن $g(x) = \ln(1+e^x) + x = 1, x \in]0, \frac{\pi}{6}[$ لنكن $g(x) = \frac{1}{1+e^x}$ و $g(x) = \frac{1}{1+e^x} + \ln(1+x)$ بـ $[0, +\infty[$. علما أن المتتالية $(a_n)_n$ متتالية تزايدية و مكورة، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 19	لكن $g(x) = \ln(1+e^x) + x = 1, x \in]0, \frac{\pi}{6}[$ لنكن $g(x) = \frac{1}{1+e^x}$ و $g(x) = \frac{1}{1+e^x} + \ln(1+x)$ بـ $[0, +\infty[$. علما أن المتتالية $(a_n)_n$ متتالية تزايدية و مكورة، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 20	لكن $g(x) = \ln(1+e^x) + x = 1, x \in]0, \frac{\pi}{6}[$ لنكن $g(x) = \frac{1}{1+e^x}$ و $g(x) = \frac{1}{1+e^x} + \ln(1+x)$ بـ $[0, +\infty[$. علما أن المتتالية $(a_n)_n$ متتالية تزايدية و مكورة، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 21	لكن $g(x) = \ln(1+e^x) + x = 1, x \in]0, \frac{\pi}{6}[$ لنكن $g(x) = \frac{1}{1+e^x}$ و $g(x) = \frac{1}{1+e^x} + \ln(1+x)$ بـ $[0, +\infty[$. علما أن المتتالية $(a_n)_n$ متتالية تزايدية و مكورة، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 22	لكن $g(x) = \ln(1+e^x) + x = 1, x \in]0, \frac{\pi}{6}[$ لنكن $g(x) = \frac{1}{1+e^x}$ و $g(x) = \frac{1}{1+e^x} + \ln(1+x)$ بـ $[0, +\infty[$. علما أن المتتالية $(a_n)_n$ متتالية تزايدية و مكورة، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 23	لكن $g(x) = \ln(1+e^x) + x = 1, x \in]0, \frac{\pi}{6}[$ لنكن $g(x) = \frac{1}{1+e^x}$ و $g(x) = \frac{1}{1+e^x} + \ln(1+x)$ بـ $[0, +\infty[$. علما أن المتتالية $(a_n)_n$ متتالية تزايدية و مكورة، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 24	لكن $g(x) = \ln(1+e^x) + x = 1, x \in]0, \frac{\pi}{6}[$ لنكن $g(x) = \frac{1}{1+e^x}$ و $g(x) = \frac{1}{1+e^x} + \ln(1+x)$ بـ $[0, +\infty[$. علما أن المتتالية $(a_n)_n$ متتالية تزايدية و مكورة، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 25	لكن $g(x) = \ln(1+e^x) + x = 1, x \in]0, \frac{\pi}{6}[$ لنكن $g(x) = \frac{1}{1+e^x}$ و $g(x) = \frac{1}{1+e^x} + \ln(1+x)$ بـ $[0, +\infty[$. علما أن المتتالية $(a_n)_n$ متتالية تزايدية و مكورة، اختر الإجابة الصحيحة.