

SCIENCE EXPERIMENTAL

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filière : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Mardi 22/07/08 - Durée : 3h 03mn

- N.B.** * La rédaction peut être en français ou en arabe
* La rigueur du raisonnement, la clarté de la rédaction et la qualité de la présentation seront des éléments importants d'appréciation de la copie.

Exercice I, Barème : 10 Pts (chaque question est notée sur 2Pts)

Q1.1 Calculer $(1 + q + q^2 + \dots + q^n)(1 - q)$

Q1.2 Soit la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ par

$$f(x) = (x^2 - 1) \ln \left(\left| \frac{1+x}{1-x} \right| \right)$$

Etudier la parité de la fonction f

Q1.3 Soit $x \in \mathbb{R}$, on note $(E) : e^{2x} - 2me^x + 1 = 0$. Déterminer l'ensemble des valeurs de m pour lesquelles l'équation (E) n'admet pas de racine réelle

Q1.4 Soit $u_n = \int_1^2 \frac{(\ln t)^n}{t} dt$, avec $n \in \mathbb{N}$, la suite (u_n) est-elle monotone ?

Q1.5 Une planche est posée sur deux rondins de bois de 31, 83 cm de haut. De combien aura avancé la planche quand les rondins auront fait un tour ?



Exercice II, Barème : 10 Pts (chaque question est notée sur 2Pts)

Q2.1 Démontrer que : $\forall (a, b, c) \in \mathbb{R}^+ / a^2 - c^2 = b$ on a $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} + \sqrt{\frac{a-c}{2}}$

Q2.2 On considère la fonction $f : x \mapsto x^3$, montrer que

$$\forall x \in [-2, 3], \forall y \in [-2, 3] \text{ on a } |f(x) - f(y)| \leq 27|x - y|$$

Q2.3 Etudier la limite quand x tend vers 1 de la fonction $f : x \mapsto x + E(x)$ ($E(x)$ désignant la partie entière de x)

Q2.4 Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation suivante : $\sqrt{2(x+1)} > x$

Q2.5 On définit une suite par la donnée de la relation : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n - 802 = 0$ et par son premier terme $u_0 = 2$. Calculer u_{19}

Les réponses doivent figurer sur cette feuille de l'épreuve

|| Exercice III : QCM , Barème : 14Pts ||

Attention : Afin de pénaliser les réponses basées sur le hasard, l'exercice est noté en entier de la manière suivante : Notons par n et m respectivement le nombre de réponses justes et fausses. La note attribuée à l'exercice sera :

$$\begin{array}{r|l} n+2 & \text{si } n \geq 10 \\ n & \text{si } m < 5 \\ 0 & \text{si } m \geq 5 \end{array}$$

“ La vie est complexe car nous avons tous une partie réelle et une partie imaginaire ”

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?	V ou F
Q3.01 : $\forall x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N}, \exists z \in \mathbb{N}, x = yz$	
Q3.02 : $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, \forall z \in \mathbb{N}, x = yz$	
Q3.03 : Sept cars (identiques) pleins aux deux tiers partent de Meknès à Fès, un quart des touristes descend de chaque car. Les trois quarts des touristes restants sont rassemblés dans trois cars.	
Q3.04 : Le produit de deux fonctions négatives décroissantes est une fonction croissante	
Q3.05 : Si a est un nombre réel quelconque et f une fonction définie et strictement décroissante sur $]a, +\infty[$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	
Q3.06 : Une fonction ni continue ni monotone peut être bijective	
Q3.07 : Soient les fonctions $u(x) = \ln x$ et $v(x) = \frac{x+1}{x-1}$, on note par $\mathcal{D}_{u \circ v}$ et $\mathcal{D}_{v \circ u}$ les ensembles de définition respectifs de $u \circ v$ et $v \circ u$. On a $\mathcal{D}_{u \circ v} = \mathcal{D}_{v \circ u}$	
Q3.08 : On note F l'ensemble des applications f continues de \mathbb{R} dans \mathbb{R} vérifiant $\begin{cases} \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 & f(x+y)f(x-y) = (f(x)f(y))^2 \\ f(0) \geq 0 \end{cases}$ La fonction $x \mapsto 2^{-x^2}$ appartient F	
Q3.09 : La fonction $f : x \mapsto x - 1 + \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{x-1}$ si $x \neq 1$ et telle que $f(1) = 1$ admet une tangente en tout point de \mathbb{R}	
Q3.10 : On considère $I_1 = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\cos x}{\sin x} dx$ et $I_2 = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sin x}{\cos x} dx$, on a $I_1 = I_2$	
Q3.11 : L'équation $10x^3 + x - 1 = 0$ admet au moins une solution dans l'intervalle $]0, 1[$	
Q3.12 : La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -(x^2 + 3x + 1)e^x$ est une solution sur \mathbb{R} de l'équation différentielle $y' - y = (2x + 3)e^x$	

Exercice IV : Questions à réponse précise, Barème : 12Pts

Répondre dans la colonne réponse		
Barème	Question	Réponse
2Pts	<p>Q4.01 : Citer parmi les propositions A, B, C et D celles qui sont équivalentes ?</p> $\begin{cases} A : (P \implies Q) \implies R \\ B : (P \text{ et } Q) \implies R \\ C : P \implies (Q \implies R) \\ D : (P \implies R) \text{ et } (Q \implies R) \end{cases}$	
1Pt	<p>Q4.02 : Soit $f : x \mapsto f(x)$ une fonction deux fois dérivable sur $] -1, 1[$ et soit la fonction $F : x \mapsto f(\sin t)$ définie sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$. Déterminer la dérivée seconde de F.</p>	
1Pt	<p>Q4.03 : Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - x$</p>	
2Pts	<p>Q4.04 : On considère l'ensemble $E = \{a, b, c, d, e, f, g\}$.</p> <p>a) Déterminer le cardinal de l'ensemble $\mathcal{P}(E)$ des parties de E.</p> <p>b) Soient $A = \{a, b, d, f\}$ un des sous-ensembles de E, calculer le nombre d'applications de E dans A.</p>	
0Pt	<p>Q4.05 : Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]1, +\infty[$ par :</p> $g(x) = (x+1) \ln(x+1) - (x-1) \ln(x-1)$ <p>Calculer $g'(x)$</p>	
1Pt	<p>Q4.06 : Calculer l'intégrale $\int_2^3 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) dx$</p>	
2Pts	<p>Q4.07 : Déterminer l'ensemble $f(I)$ dans les cas suivants :</p> <p>a) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ et $I =]0, 1[$</p> <p>b) $f(x) = \sin x$ et $I =]0, \pi]$</p>	
1Pt	<p>Q4.08 : Soit A le point de coordonnées $(1, -2)$ et \mathcal{D} la droite d'équation $3x + 4y - 1 = 0$. Calculer la distance de A à \mathcal{D}.</p>	
1Pt	<p>Q4.09 : Calculer la partie réelle et imaginaire du complexe $(1 + i\sqrt{3})^9$</p>	
1Pt	<p>Q4.10 : Au fond d'un puits de $12 m$ se trouve un escargot. Pendant la journée, il grimpe de $3 m$. Mais chaque nuit, il glisse de $2 m$. Il commence son ascension le 1er juin à 8 heures. Quel jour et quelle heure sortira-t-il du puits ?</p>	

Concours d'entrée en première année de l'Ecole Nationale Supérieure
d'Arts et Métiers – Meknès
Sciences Expérimentales et Branches Techniques

Matière : Physique
Durée totale : 3h

Remarque importante : Cette épreuve est composée de deux parties :

- Une partie rédaction distribuée au début ;
- Une partie QCM distribuée après 1h30mn.

Partie rédaction :

On donne $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Exercice 1

A- Une masse ponctuelle $m=343\text{g}$ est abandonnée en chute libre, sans vitesse initiale, d'un point O. Dans cet exercice, la hauteur est mesurée à partir du plan horizontal passant par O.

1- Quelle sera la vitesse atteinte par cette masse lorsqu'elle aura parcouru une distance de $7,2\text{m}$?

2- La masse est ramenée au point O, puis lancée verticalement vers le haut. Après deux secondes la masse repasse par le point O.

a- Avec quelle vitesse initiale la masse a-t-elle été lancée ?

b- Jusqu'à quelle hauteur est-elle montée ?

→

3- La masse m est à nouveau ramenée en O, puis lancée à l'instant $t=0$ vers le haut avec une vitesse initiale v_0

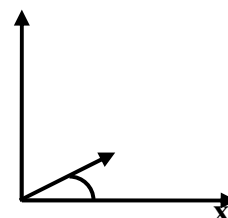
de module 12m/s , faisant avec le plan horizontal passant par O un angle $\alpha = 30^\circ$. Le mouvement s'effectue dans le plan (Oxy). y

a- Déterminer l'équation de la trajectoire de la masse dans le repère (Oxy). →

b- Quelle sera la hauteur maximale atteinte par la masse m ? v

c- A quel instant la masse repassera-t-elle au niveau du plan horizontal passant par O ? α

O



B- La masse $m=343\text{g}$ est maintenant accrochée à un fil inextensible, de masse négligeable qui passe sur la gorge d'une poulie mobile sans frottements autour d'un axe horizontal. L'autre extrémité du fil est accrochée à une masse $M=637\text{g}$.

1- On néglige, seulement dans cette question, la masse de la poulie. Calculer :

a- L'accélération de la masse m .

b- Les tensions des deux brins du fil.

2-32 En réalité la poulie a un moment d'inertie $J=1,96.10\text{Kg.m}$, son rayon est $r=10\text{cm}$.

Calculer :

a- La nouvelle valeur de l'accélération de la masse m .

b- Les tensions des deux brins du fil.

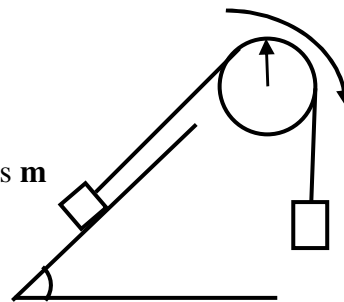


3- Maintenant la masse m se déplace, sans frottements, suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné sur le plan horizontal de $\alpha = 30^\circ$. Le système part à l'instant $t=0$ sans vitesse initiale.

a- Calculer l'accélération de la masse m . r

b- Quelle est la longueur parcourue, au bout de deux secondes, par la masse m sur le plan incliné ?

c- A l'instant $t=2s$ le fil est coupé et la masse m n'est plus alors attachée à ce dernier. A quel instant, à partir de l'origine des m temps, la masse m repassera par sa position de départ (sa position à $t=0$)? On suppose que le plan incliné est suffisamment long pour que la masse m ne puisse pas le quitter. α



Exercice 2

On associe en série un générateur basse fréquence (GBF), une résistance $R = 10 \text{ k}\Omega$, un condensateur de capacité $C = 10 \mu\text{F}$ et un interrupteur K . Le GBF délivre une tension $u(t)$ rectangulaire périodique de période T telle que :

- si t appartient à l'intervalle $[0, T/2]$, $u(t) = U_0 = 10 \text{ V}$;

- si t appartient à l'intervalle $[T/2, T]$, $u(t) = 0$.

1- Représenter $u(t)$ sur l'intervalle $[0, 2T]$.

2- A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K et la tension $u(t)$ prend la valeur U_0 .

2.1- Faire un schéma du montage en indiquant le sens du courant et les différentes tensions.

2.2- Etablir l'équation différentielle caractérisant la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur pendant l'intervalle $[0, T/2]$.

3- On donne comme solution de $u = A(-e^{-\alpha t} - 1)$. l'équation différentielle : $C(t)$. Déterminer

littéralement et numériquement A et α . En déduire l'expression numérique de $u_C(t)$.

2.4- Donner l'allure de la courbe $u_C(t)$ dans le cas où $T/2$ est très supérieure au produit RC .

2.5- Déterminer l'expression de l'énergie stockée à chaque instant par le condensateur. Que vaut cette énergie en fin de charge du condensateur ($T/2 \gg RC$).

2.6- A quel instant t_1 , la charge du condensateur vaut 99,9 % de la charge maximale ?

3- A l'instant $t = T/2$, la tension $u(t)$ passe de U_0 à 0.

3.1- Faire un schéma du montage en faisant apparaître l'intensité et les différentes tensions.

3.2- Etablir l'équation différentielle caractérisant la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur pendant l'intervalle $[T/2, T]$.

3.3- On réalise un changement de repère temporel : on appelle t' la nouvelle variable pour laquelle l'instant initial $t' = 0$ correspond à $t = T/2$. On donne comme solution de l'équation différentielle :

$u = -\beta t' C(t') B e^{-\alpha t'}$. Déterminer littéralement et numériquement B et β . En déduire l'expression numérique de $u_C(t')$.

3.4- Donner l'allure de la courbe $u_C(t')$ dans le cas où $T/2$ est très supérieure au produit RC .

3.5- Que vaut l'énergie stockée en fin de charge du condensateur ($T/2 \gg RC$).

3.6- A quel instant t'_2 , la charge du condensateur vaut 37 % de la charge maximale ?

Exercice 3

On étudie deux circuits type (LC) réalisés avec une même bobine de résistance négligeable et d'inductance L . Le premier circuit utilise un condensateur de capacité $C = 0,1 \mu\text{F}$ et le second circuit un condensateur de capacité C' . Dans les deux cas, le condensateur utilisé est chargé puis ses bornes sont déconnectées et reliées à celle de la bobine.

Grâce à l'oscilloscope, on visualise la tension U entre les armatures des condensateurs et on trouve les résultats suivants :

- Pour le circuit 1 ($C=0,1\mu\text{F}$) : la tension U a une période de 0,8 ms et une amplitude U_{max} de 6 V ;

- Pour le circuit 2 (C') : la tension U a une période de 0,4 ms et une amplitude U_{max} de 6 V.

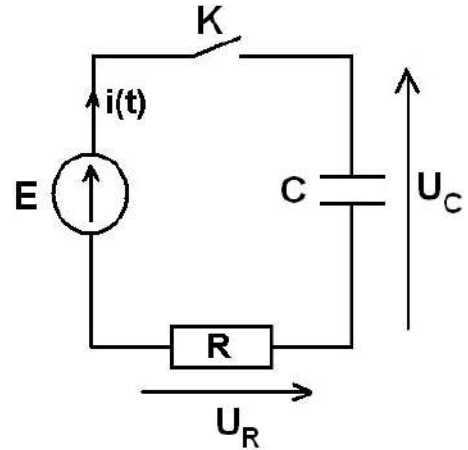
1- Déterminer la valeur de L .

2- Déterminer la valeur de C' .

3- Calculer l'énergie emmagasinée dans chacun des deux circuits oscillants.

4- En déduire l'intensité maximale du courant dans chacun des deux circuits.

4- Un condensateur de capacité $C = 1 \mu\text{F}$ initialement déchargé est placé en série avec un conducteur ohmique $R = 10 \text{ k}\Omega$. L'ensemble est alimenté par une source de tension continue parfaite $E = 5 \text{ V}$. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K (figure ci-contre).



Parmi les phrases suivantes, choisir celle qui est correcte :

- 4.1
- La tension aux bornes du condensateur est d'autant plus petite que la valeur absolue de la charge portée par ses armatures est grande.
 - L'équation différentielle de la charge q du condensateur $\frac{dq}{dt}$ admet cette expression : $RC + q = E$.
 - Le milieu qui se trouve entre les deux armatures d'un condensateur est un isolant.
 - La capacité d'un condensateur peut être positive ou négative.

4.2 Quel est le temps nécessaire pour que la charge du condensateur atteigne 63 % de sa valeur maximale ?

- d) 1000 ms. b) 10 ms. c) 100 ms.

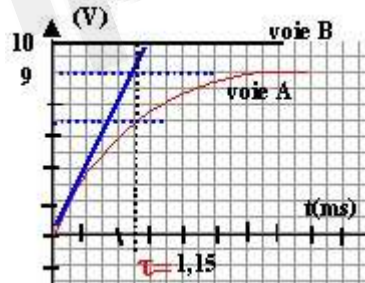
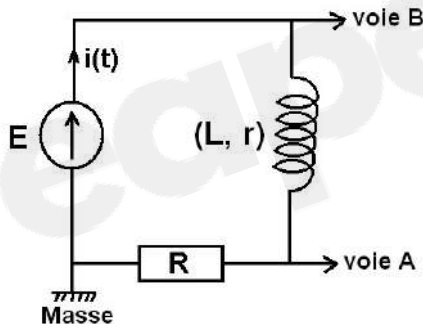
4.3 L'énergie maximale emmagasinée par le condensateur est égale à :

- a) 2,5 J. b) 12,5 J. c) 1,25 mJ.

4.4 On cherche à remplacer le condensateur de capacité $C = 1 \mu\text{F}$ par un condensateur équivalent constitué de deux condensateurs, de capacités C_1 et C_2 , montés en série. Les valeurs possibles de C_1 et C_2 sont :

- a) (0,5 F, 0,5 F). b) (2 F, 1 F). c) (1 F, 1 F).

5- On branche en série, aux bornes d'un générateur idéal de tension continue $E = 10 \text{ V}$, une bobine d'inductance L et de résistance r et un conducteur ohmique $R = 270 \Omega$. Un oscilloscope à mémoire permet d'enregistrer les tensions des voies A et B. La constante du temps τ du circuit a pour valeur 1,15 ms. (voir figures ci-dessous)



5.1. Parmi les phrases suivantes, choisir celle qui est correcte :

- Une bobine s'oppose aux variations d'une tension dans un circuit.
- L'amplitude de la tension imposée aux bornes du dipôle (R, L) n'a aucune influence sur la constante de temps du circuit.
- La tension visualisée voie A sur l'oscilloscope est la tension aux bornes de la bobine.
- L'énergie emmagasinée dans une bobine est proportionnelle à la racine carrée de la valeur du courant i qui la traverse.

5.2 L'intensité du courant $i(t)$ qui circule dans le circuit en régime permanent ($t \rightarrow \infty$) est égale à :

- a) 0,3 mA. b) 3,33 mA. c) 33,3 mA. d) 333,3 mA.

5.3 La résistance r de la bobine vaut :

- a) 10 Ω . b) 17 Ω . c) 30 Ω . d) 47 Ω .

5.4 Quelle est la valeur de l'inductance L de la bobine ?

- a) 345 mH. b) 435 mH. c) 534 mH. d) 543 mH.

Fiche de Réponse pour la partie QCM

Matière: Physique

Séries Bac: Sciences Expérimentales et Branches Techniques

Important : La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature

Pour chaque question, on vous propose quatre réponses : a), b), c) et d). Cochez la réponse juste par une dans la case correspondante.

Barème +1 : Une réponse juste : , une réponse fausse ou pas de réponse ou plus d'une seule réponse : .

Numéro de question	Choix	Note
1.1 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
1.2 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
2.1 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
2.2 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
2.3 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
3.1 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
3.2 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
3.3 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
3.4 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
3.5 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
4.1 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
4.2 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
4.3 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
4.4 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
5.1 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
5.2 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
5.3 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
5.4 a) b) c) d)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	

SCIENCE MATH A & B

preparation

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filière : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

Mardi 22/07/08 - Durée : 3h 03mn

- N.B.** * La rédaction peut être en français ou en arabe
* La rigueur du raisonnement, la clarté de la rédaction et la qualité de la présentation seront des éléments importants d'appréciation de la copie.

Exercice I , Barème : 10 Pts (chaque question est notée sur 2Pts) ||

- Q1.1** Résoudre le système des équations linéaires suivant : $x + 2y + 3z = 0$, $3x + y + 2z = 1$ et $2x + 3y + z = 2$
- Q1.2** Soit A , B et C trois ensembles non vide et on suppose que $A \cap B = A \cap C$ et $A \cup B = A \cup C$. Que peut-on dire de B et C ? (avec justification)
- Q1.3** Dans le plan rapporté à un repère orthogonal, on considère les points A , B et C de coordonnées respectives $(-1, 0)$, $(2, 4)$ et $(3, 3)$. Calculer l'aire du triangle ABC .
- Q1.4** On considère l'énoncé \mathcal{P} : " Si le carreau est vert alors il est en marbre ". Donner la négation de \mathcal{P} .
- Q1.5** Soit $x \in \mathbb{R}$ et on considère l'équation : $x^2 + 1 = 0$. Nous pouvons encore l'écrire : $(x + 1)^2 - 2x = 0$ ou $(x + 1)^2 = 2x$. Comme un carré est toujours positif ou nul, on en déduit : $x \geq 0$. Mais notre équation de départ peut également s'écrire : $(x - 1)^2 + 2x = 0$ ou $2x = -(x - 1)^2$. Comme un carré est toujours positif ou nul, on en déduit : $x \leq 0$. On a vu que $x \geq 0$ et $x \leq 0$, donc $x = 0$. Pourtant 0 ne vérifie pas l'équation de départ. Où est l'erreur ? (avec explication)

Exercice II , Barème : 10 Pts (chaque question est notée sur 2Pts) ||

- Q2.1** Calculer $\int_0^{100} E(x) dx$
- Q2.2** Soit f une fonction dérivable et sa dérivée est continue sur $[a, b]$ avec $a < b$. On suppose que $\int_a^b f^4(x) dx = \int_a^b f^3(x) dx = \int_a^b f^2(x) dx$, montrer que f est constante sur $[a, b]$. (N.B. $f^2(x) = f(x)f(x)$)
- Q2.3** Soit f la fonction définie pour $x \neq 1$ par $f(x) = \frac{\sin(x-1)}{|x-1|(x-1)^p}$ avec $p \in \mathbb{Z}$. Quelle valeur faut-il donner à $f(1)$ pour rendre f continue en 1 ?
- Q2.4** Une petite fille compte sur ses doigts : 1 sur le pouce, 2 sur l'index, 3 sur le majeur, 4 sur l'annulaire, 5 sur l'auriculaire, 6 sur l'annulaire, 7 sur le majeur, 8 sur l'index, 9 sur le pouce et ainsi de suite ... Son père lui demande ce qu'elle fait. " Je veux savoir sur quel doigt tombera 9999 " répond-elle. Pouvez-vous lui donner la réponse ?
- Q2.5** Il y a un an, Youssef avait l'âge " à l'envers " de sa mère (les mêmes chiffres lus dans l'autre sens). L'an prochain, Youssef aura l'âge " à l'envers de son père ". Cette année la somme des âges des parents est égale à 102. Quel est l'âge actuel de Youssef ?

Les réponses doivent figurer sur cette feuille de l'épreuve

|| Exercice III : QCM , Barème : 14Pts ||

Attention : Afin de pénaliser les réponses basées sur le hasard, l'exercice est noté en entier de la manière suivante : Notons par n et m respectivement le nombre de réponses justes et fausses. La note attribuée à l'exercice sera :

$$\begin{array}{r} n + 2 \quad \text{si } n \geq 10 \\ n \quad \text{si } m < 5 \\ 0 \quad \text{si } m \geq 5 \end{array}$$

“ La vie est complexe car nous avons tous une partie réelle et une partie imaginaire ”

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?	V ou F
Q3.01 : $\forall x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N}, \exists z \in \mathbb{N}, x = yz$	
Q3.02 : $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, \forall z \in \mathbb{N}, x = yz$	
Q3.03 : Sept cars (identiques) pleins aux deux tiers partent de Meknès à Fès, un quart des touristes descend de chaque car. Les trois quarts des touristes restants sont rassemblés dans trois cars.	
Q3.04 : Le produit de deux fonctions négatives décroissantes est une fonction croissante	
Q3.05 : Si a est un nombre réel quelconque et f une fonction définie et strictement décroissante sur $]a, +\infty[$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	
Q3.06 : Une fonction ni continue ni monotone peut être bijective	
Q3.07 : Soient les fonctions $u(x) = \ln x$ et $v(x) = \frac{x+1}{x-1}$, on note par $\mathcal{D}_{u \circ v}$ et $\mathcal{D}_{v \circ u}$ les ensembles de définition respectifs de $u \circ v$ et $v \circ u$. On a $\mathcal{D}_{u \circ v} = \mathcal{D}_{v \circ u}$	
Q3.08 : On note F l'ensemble des applications f continues de \mathbb{R} dans \mathbb{R} vérifiant $\begin{cases} \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 & f(x+y)f(x-y) = (f(x)f(y))^2 \\ f(0) \geq 0 \end{cases}$ La fonction $x \mapsto 2^{-x^2}$ appartient F	
Q3.09 : La fonction $f : x \mapsto x - 1 + \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{x-1}$ si $x \neq 1$ et telle que $f(1) = 1$ admet une tangente en tout point de \mathbb{R}	
Q3.10 : On considère $I_1 = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\cos x}{\sin x} dx$ et $I_2 = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sin x}{\cos x} dx$, on a $I_1 = I_2$	
Q3.11 : L'équation $10x^3 + x - 1 = 0$ admet au moins une solution dans l'intervalle $]0, 1[$	
Q3.12 : La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -(x^2 + 3x + 1)e^x$ est une solution sur \mathbb{R} de l'équation différentielle $y' - y = (2x + 3)e^x$	

Exercice IV : Questions à réponse précise, Barème : 12Pts

Répondre dans la colonne réponse		
Barème	Question	Réponse
2Pts	<p>Q4.01 : Citer parmi les propositions A, B, C et D celles qui sont équivalentes ?</p> $\begin{cases} A : (P \implies Q) \implies R \\ B : (P \text{ et } Q) \implies R \\ C : P \implies (Q \implies R) \\ D : (P \implies R) \text{ et } (Q \implies R) \end{cases}$	
1Pt	<p>Q4.02 : Soit $f : x \mapsto f(x)$ une fonction deux fois dérivable sur $] -1, 1[$ et soit la fonction $F : x \mapsto f(\sin t)$ définie sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$. Déterminer la dérivée seconde de F.</p>	
1Pt	<p>Q4.03 : Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - x$</p>	
2Pts	<p>Q4.04 : On considère l'ensemble $E = \{a, b, c, d, e, f, g\}$.</p> <p>a) Déterminer le cardinal de l'ensemble $\mathcal{P}(E)$ des parties de E.</p> <p>b) Soient $A = \{a, b, d, f\}$ un des sous-ensembles de E, calculer le nombre d'applications de E dans A.</p>	
0Pt	<p>Q4.05 : Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]1, +\infty[$ par :</p> $g(x) = (x+1) \ln(x+1) - (x-1) \ln(x-1)$ <p>Calculer $g'(x)$</p>	
1Pt	<p>Q4.06 : Calculer l'intégrale $\int_2^3 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) dx$</p>	
2Pts	<p>Q4.07 : Déterminer l'ensemble $f(I)$ dans les cas suivants :</p> <p>a) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ et $I =]0, 1[$</p> <p>b) $f(x) = \sin x$ et $I =]0, \pi]$</p>	
1Pt	<p>Q4.08 : Soit A le point de coordonnées $(1, -2)$ et \mathcal{D} la droite d'équation $3x + 4y - 1 = 0$. Calculer la distance de A à \mathcal{D}.</p>	
1Pt	<p>Q4.09 : Calculer la partie réelle et imaginaire du complexe $(1 + i\sqrt{3})^9$</p>	
1Pt	<p>Q4.10 : Au fond d'un puits de 12 m se trouve un escargot. Pendant la journée, il grimpe de 3 m. Mais chaque nuit, il glisse de 2 m. Il commence son ascension le 1er juin à 8 heures. Quel jour et quelle heure sortira-t-il du puits ?</p>	

**Concours d'entrée en première année de l'Ecole Nationale Supérieure
d'Arts et Métiers – Meknès
Séries: Sciences mathématiques A et B**

Matière : Physique
Durée totale : 3h

Remarque importante : Cette épreuve est composée de deux parties :
- Une partie rédaction distribuée au début ;
- Une partie QCM distribuée après 1h30mn.

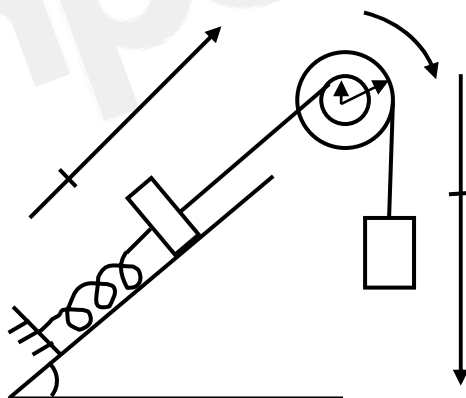
Partie rédaction :

On donne $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Exercice 1

Une poulie, mobile sans frottements autour d'un axe horizontal, possède deux gorges **solidaires** de rayons $r_1 = 6 \text{ cm}$ et $r_2 = 2r_1$. Le moment d'inertie de la poulie par rapport à son axe de rotation est égal à $J = 2,82 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$. Un fil inextensible et sans masse est enroulé sur la grande poulie et supporte une masse $M = 300 \text{ g}$. Un fil inextensible et sans masse est enroulé sur la petite poulie et supporte une masse $m = 1 \text{ Kg}$ et peut glisser **sans frottements** sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$. On appelle G_1 et G_2 les centres d'inertie respectivement des masses m et M .

A- La masse m est reliée à un ressort de masse négligeable, de raideur $k = 20 \text{ N/m}$ et de longueur initiale $L_0 = 20 \text{ cm}$. L'autre extrémité du ressort est fixée. On étudiera par la suite le système {poulie, m , M }.



M

1- Déterminer, à l'équilibre du système, l'expression de la longueur L_e du ressort puis calculer sa valeur.

2- Les origines des axes (Oy) et $(O'x)$ coïncident avec les positions de G_1 et G_2 à l'équilibre du système. A l'instant initial $t=0$ on écarte la masse M , à partir de sa position d'équilibre, et vers le bas d'une distance de **10cm** puis on la lâche sans vitesse initiale. On appelle x l'abscisse du centre d'inertie G_1 de la masse m sur l'axe $(O'x)$.

a- Montrer que l'énergie potentielle du système {poulie, m , M } peut s'écrire sous la forme :

1 2

$E_p = kx + A$ où A est une constante à calculer. On prend les plans horizontaux passant par O' et O comme références de l'énergie potentielle de pesanteur, respectivement pour les masses m et M . La référence de l'énergie potentielle élastique est prise quand le ressort n'est pas déformé.

•21

2 **b-** Montrer que l'énergie cinétique du système peut s'écrire sous la forme : $E_c = Bx$ où B est une constante à calculer.

c- Donner la valeur numérique de la vitesse maximale de la masse m .

d- Déterminer l'équation différentielle du mouvement de la masse m et calculer la période T des oscillations.

e- Donner l'expression numérique de l'équation horaire $x(t)$.

f- Déterminer, à l'instant $t = \frac{T}{2}$, les valeurs des tensions des deux fils.

B- Le ressort de la partie A est maintenant éliminé. A l'instant initial, les centres d'inertie G_1 et G_2 des masses m et M se situent, respectivement en O' et O . On appelle x l'abscisse de la position de G_1 sur l'axe $(O'x)$.

1- Donner l'expression de l'énergie mécanique du système {poulie, m , M } pour une position x de G_1 . On prend les plans horizontaux passant par O' et O comme références de l'énergie potentielle de pesanteur, respectivement pour les masses m et M .

x

2- En déduire l'expression de l'accélération γ de la masse m .

Donner sa valeur numérique.

3- Quel est le nombre de tours, effectués par la poulie, au cours des 3 premières secondes ?

4- A cause des frottements sur le plan incliné, l'accélération réelle

a de la masse m est inférieure à γ . On suppose que ces frottements

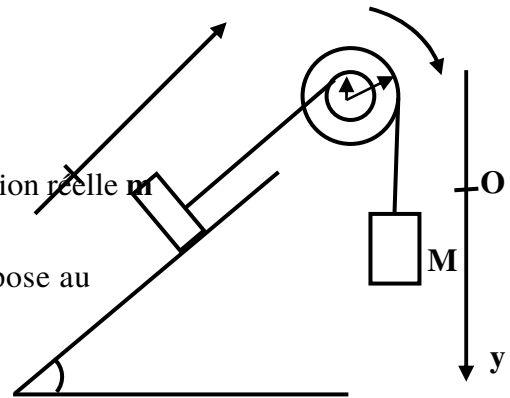
→

sont équivalents à une seule force constante f qui s'oppose au mouvement de la masse m et de module $f=0,4N$.

a- En appliquant la deuxième loi de Newton aux masses m , M et à la poulie, exprimer puis calculer l'accélération a .

α

b- Calculer les valeurs des tensions des deux fils.



Exercice 2

On considère le circuit de la figure ci-contre. La résistance de la bobine est négligeable. La tension aux bornes du condensateur vaut $U_0 = 10\text{ V}$, l'interrupteur K étant ouvert. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K .

1- Préciser la nature du phénomène observé.

2- Des enregistrements ont permis d'obtenir les expressions de $u(t)$ et $i(t)$:

$u(t) = 10.\cos(2.10^4.t)$ en volt et $i(t) = 20.\sin(2.10^4.t)$ en mA.

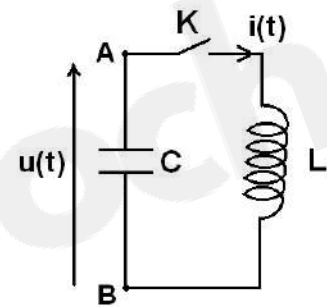
a- Ecrire la relation entre $u(t)$, L , C et $du(t)/dt$. Justifier votre réponse.

b- Montrer que $C = 100\text{ nF}$ et en déduire la valeur de L .

c- Calculer la valeur de l'énergie E du circuit. Comment varie E au cours du temps ?

d- Calculer la période propre T_0 du circuit.

3- On définit t_1 la date à laquelle, pour la première fois après la fermeture de K , l'énergie est répartie de façon égale entre la bobine et le condensateur. Calculer l'instant t_1 et en déduire les valeurs de $u(t_1)$ et $i(t_1)$.



Exercice 3

Le circuit de la figure ci-contre est composé d'un générateur de tension continue E , d'une bobine d'inductance L et de résistance $r = 10\ \Omega$, d'un interrupteur K et d'un conducteur ohmique R .

A $t = 0$, on ferme l'interrupteur K . Un oscilloscope à mémoire permet de suivre les valeurs des tensions U_{BC} et U_{AB} au cours du temps. Ces tensions

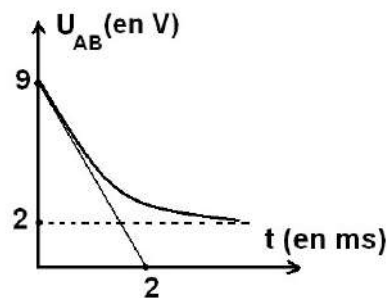
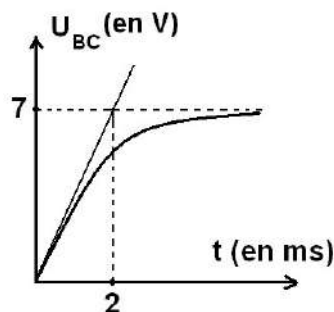
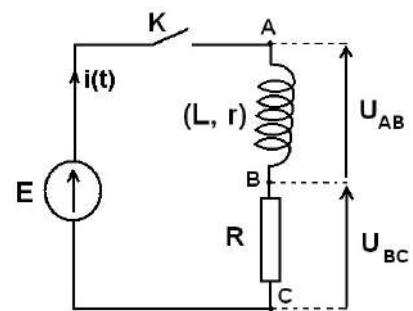
sont illustrées dans la figure ci-dessous.

1- Déterminer la valeur de E .

2- Calculer R et en déduire L (en mH).

3- Déterminer l'expression de l'intensité i du courant en fonction de L , R , E et r . En déduire la valeur de l'intensité i à $t = 3\text{ ms}$.

4- Calculer la valeur de l'énergie stockée par la bobine à $t = 3\text{ ms}$.



Matière : Physique

Séries : Sciences mathématiques A et B

Partie QCM :

Important : Cette épreuve est un Q.C.M (questions à choix multiples). Veuillez cocher Les réponses exactes dans la fiche de réponse ci-jointe.

On donne $g=10\text{m/s}^2$

1- Un projectile est lancé depuis la surface de la terre avec une vitesse **verticale** de 50m/s. Jusqu'à quelle hauteur s'élèvera-t-il si on néglige les frottements dus à l'air ?

- a) 60 m b) 100 m c) 80 m d) 125 m

2- Lors des Jeux Olympiques, un coureur réalise un chrono de 10 s au 100 m. Si l'on considère qu'il accélère de manière constante pendant les 50 premiers mètres et maintient ensuite une vitesse constante pour la fin de la course, quelle est la valeur du module de son accélération au démarrage ?

- a) 3,22 m/s² b) 2,25 m/s² c) 5,15 m/s² d) 4,73 m/s²

3- Sur une route horizontale, on communique à un véhicule pesant 6000Kg et partant sans vitesse initiale une force motrice **constante**. Pour toutes les questions de cet exercice on va supposer que les frottements sont équivalents à une force **constante** de 250N qui s'oppose au mouvement. Au bout d'une minute le véhicule atteint la vitesse 45Km/h.

3.1 Quelle est la valeur de la force motrice ?

- a) 1500 N b) 2500 N c) 3500 N d) 4500 N

3.2 Quel est le travail fourni au véhicule pendant cette phase de démarrage (Phase initiale de durée une minute) ?

- a) 562,5 KJ b) 700,5 KJ c) 50,5 KJ d) 300 KJ

On veut maintenir constante cette vitesse de 45Km/h.

3.3 Quelle est la nouvelle valeur de la force motrice qu'il faut régler ?

- a) 815 N d) 250 N b) 350 N c) 500 N

A la vitesse 45Km/h, le véhicule aborde une pente (montée) inclinée de 10° par rapport à l'horizontal. On suppose que la force motrice est **supprimée**.

3.4 Quel est le module de l'accélération du véhicule sur la pente ?

- a) 1,25 m/s² b) 3,33 m/s² c) 1,77 m/s² d) 5,63 m/s²

3.5

- a) 30,8 m b) 44 m c) 65,8 m d) 50 m

4- Une barre rectiligne homogène MN de longueur 1 m est fixée par son milieu O à un fil de torsion AO. Le fil AO est vertical, MN peut se déplacer dans un plan horizontal, L'ensemble constitue un pendule de torsion dont les oscillations ont une période $T_1=1,64\text{s}$. On ajoute à chaque extrémité une surcharge ponctuelle $m=50\text{g}$, la période devient $T=2,42\text{s}$.

O
Quelle est la valeur du moment d'inertie J de la barre MN (sans les surcharges) par rapport à l'axe AO ?

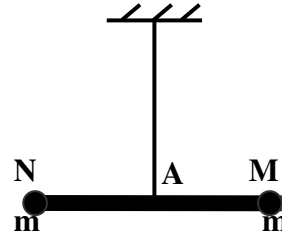
- a) $2,12 \cdot 10^{-2} \text{ Kg.m}^2$ b) $1,15 \cdot 10^{-2} \text{ Kg.m}^2$
c) $3,5 \cdot 10^{-2} \text{ Kg.m}^2$ d) $3,5 \cdot 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$

4.2 Quelle est la valeur de la constante de torsion C du fil AO ?

- a) 0,113 N.m/rad b) 2,123 N.m/rad
c) 3,111 N.m/rad d) 0,311 N.m/rad

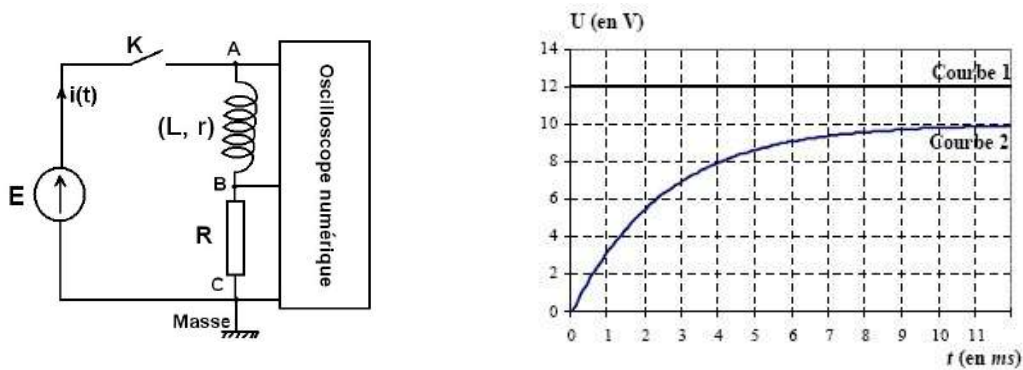
4.3 Quelle est la vitesse angulaire de la barre munie à ses deux surcharges au moment de passage par sa position d'équilibre au cours d'oscillations d'amplitude 90° ?

- a) 4,03 rad/s b) 5,55 rad/s c) 4,07 rad/s d) 3,03 rad/s



5- Un dipôle est constitué de l'association en série d'une bobine présentant une inductance L et une résistance r avec un conducteur ohmique de résistance $R = 40 \Omega$. Ce dipôle est alimenté par une source de tension continue E à travers un interrupteur K . Il est parcouru par un courant $i(t)$.

Les bornes A, B et C sont reliées aux entrées d'un oscilloscope numérique à mémoire permettant d'enregistrer l'évolution des tensions. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K ; l'enregistrement génère les courbes 1 et 2.



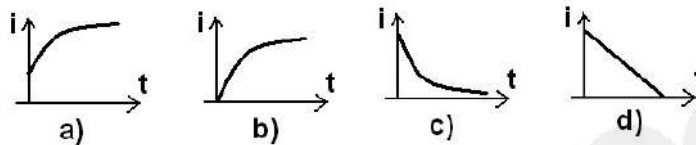
5.1 Quelle est la tension représentée par la courbe 1 ?

a) u_{AB} . b) u_{BC} . c) u_{AC} . d) $E - u_{BC}$.

5.2 Quelle est la tension représentée par la courbe 2 ?

a) u_{BC} . b) u_{AB} . c) u_{AC} . d) $E + u_{BC}$.

5.3 Quelle sera l'allure de la courbe de variation du courant i choisie parmi les quatre courbes ci-dessous ?



5.4 Quelle est la valeur de E ?

a) 10 V. b) 12 V.

c) 2 V. d) 0 V.

5.5 L'intensité maximale I atteinte par i vaut :

a) 2,5 mA. b) 0,25 mA.

c) 2,5 A. d) 0,25 A.

5.6 L'équation différentielle définissant i s'exprime de la manière suivante :

a) $di/dt + (r + R).i = E/L$.

b) $di/dt + L.(r + R).i = E/L$.

c) $di/dt + (r + R).i/L = E$.

d) $di/dt + (r + R).i/L = E/L$.

5.7 La résistance r de la bobine a pour valeur :

a) 80 Ω . b) 8 Ω .

c) 80 m Ω . d) 8 m Ω .

5.8 La valeur de l'inductance L de la bobine vaut :

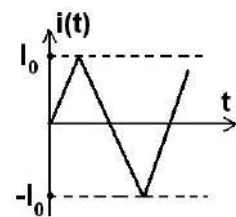
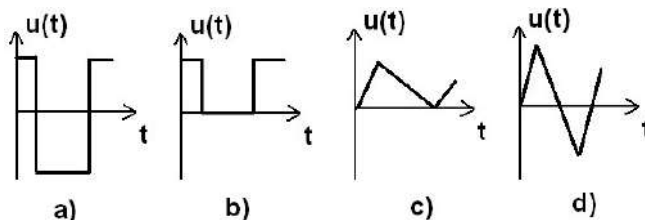
a) 0,12 H. b) 1,2 H.

c) 0,12 mH. d) 12 mH.

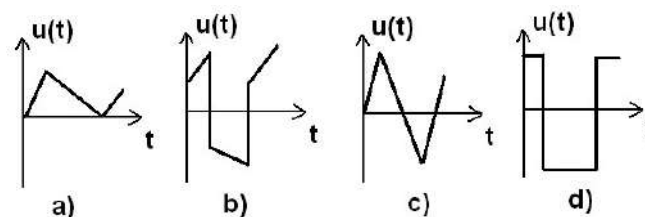
5.9

On remplace maintenant le générateur de tension par un générateur de courant délivrant un courant de dents de scie (figure ci-contre). On considérera que la résistance r de la bobine est nulle.

5.9.1 Quelle sera, parmi les quatre courbes ci-dessous, l'allure de la courbe de variation de la tension u_{AB} ?



5.9.2 Quelle sera, parmi les quatre courbes ci-dessous, l'allure de la courbe de variation de la tension u_{BC} ?



Fiche de Réponse pour la partie QCM

Matière : Physique

Séries Bac : Sc Math (A et B)

Important : La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature

Pour chaque question, on vous propose quatre réponses : a), b), c) et d). Cochez la réponse ~~juste~~ par une dans la case correspondante.

Barème +1 : Une réponse juste : , une réponse fausse ou pas de réponse ou plus d'une seule réponse : .

Numéro de question	Choix				Note
1	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
2	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
3.1	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
3.2	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
3.3	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
3.4	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
3.5	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
4.1	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
4.2	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
4.3	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
5.1	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
5.2	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
5.3	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
5.4	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
5.5	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
5.6	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
5.7	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
5.8	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
5.9.1	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	
5.9.2	a) <input type="checkbox"/>	b) <input type="checkbox"/>	c) <input type="checkbox"/>	d) <input type="checkbox"/>	