UNIVERSITÉ CADI AYYAD

Ecole Nationale Des Sciences Appliquées

Marrakech

Année : 2006/2007

Session du : 25 Juillet 2007

Responsable : I. OUASSOU

Concours d'entrée en $1^{ére}$ année du cycle préparatoire

Epreuve de mathématiques (durée 1h30min)

Remarques importantes

1) Les documentations, les calculatrices et les téléphones portables sont interdits.

2) Parmis les réponses proposées elle n'y a qu'une qui est juste.

3) Cocher la case qui correspond à la réponse correcte sur la fiche de réponses.

4) **Règles de notation** :

Réponse juste = **1 point** ; Réponse fausse = **-1 point** ; Sans réponse = **0 point**.

Noter Bien Plus qu'une case chochée = **-1 point**.

Exercice 1

1. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{2n^2-(-1)^n n+1}{n+3}$ *n'existe pas.*

2. $\lim\limits_{n\to+\infty} \ln(n+1)-\ln(n+2)$ *n'existe pas.*

3. $\lim\limits_{n\to+\infty} \sin(n)$ *n'existe pas.*

4. $\lim\limits_{n\to+\infty} (-0,7)^n+(0,7)^n$ *n'existe pas.*

Exercice 2

On considère une suite de réels (u_n).

1. Une suite (u_n) croissante est-elle nécessairement divergente vers $+\infty$?

2. Une suite (u_n) divergente vers $+\infty$ est-elle nécessairement croissante?

3. Une suite (u_n) bornée est-elle nécessairement convergente?

4. Une suite (u_n) croissante et non majorée diverge-t-elle nécessairement vers $+\infty$?

Exercice 3

Soient z_1 et z_2 les deux nombres complexes solutions de l'équation $z^2 - 4z + 6 = 0$. Dans le plan complexe muni du repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points M_1 et M_2 d'affixes respectives z_1 et z_2 puis I le milieu du segment $[M_1, M_2]$.

1. *Le nombre $z_1 + z_2$ est imaginaire pur.*
2. *L'affixe du point I est imaginaire pure.*
3. *Les droites (OI) et (M_1M_2) sont perpendiculaires.*
4. *Le triangle OM_1M_2 n'est pas équilatéral.*

Exercice 4

Soit P le polynôme défini par $P(X) = 2X^3 + X^2 - 5X + 2$.

1. *Les réels -2, $\frac{1}{2}$, -1 sont solutions de l'équation $P(x) = 0$.*
2. *L'ensemble S des solutions réelles de l'équation $2e^{3x} + e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$ est $S = \{\ln 2, 0\}$.*
3. *L'ensemble S des solutions réelles de l'équation $2(\ln x)^3 + (\ln x)^2 - 5 \ln x + 2 = 0$ est $S = \left\{e, \frac{1}{e^2}, \sqrt{e}\right\}$.*
4. *L'ensemble S des solutions réelles de l'équation $2\sin^3 x + \sin^2 x - 5 \sin x + 2 = 0$ est $S = \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right\}$.*

Exercice 5

D'un sac contenant 10 boules numérotées de 1 à 10, on extrait trois boules simultanément.

1. *La probabilité pour que, parmi ces trois boules, il y ait toutes celles du sac dont le numéro est un multiple de 5 est $\frac{2}{15}$.*
2. *La probabilité pour que, parmi ces trois boules, il y en ait au plus une dont le numéro est un multiple de 5 est $\frac{13}{15}$.*
3. *La probabilité pour que, parmi ces trois boules, il y en ait au moins une dont le numéro est un multiple de 5 est $\frac{8}{15}$.*
4. *La probabilité pour que, parmi ces trois boules, il y ait toutes celles du sac dont le numéro est un multiple de 3 est $\frac{1}{60}$.*

Exercice 6

Soient les suites numériques $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_0 = 0$, $u_{n+1} = u_n - 1$ et $v_n = 3^{u_n}$.

1. *La suite (v_n) est géomtrique.*
2. *La suite (v_n) est divergente.*
3. *Pour tout entier $n > 0$, si $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$, $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = \dfrac{1}{2}$.*
4. *La suite (w_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $w_n = \ln(v_n)$ est géométrique.*

Exercice 7

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = -1$ et pour tout entier n , $u_{n+1} = u_n^2 + 1$.

1. *La suite (u_n) est positive pour tout $n \in \mathbb{N}$.*
2. *La suite (u_n) est croissante.*
3. *$\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq 16\sqrt{2}$.*
4. *La suite (u_n) est convergente.*

Exercice 8

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \cos x e^{\sqrt{1-\cos^2 x}}$.

1. *$f(\pi - x) - f(x) = 0$.*
2. *Le point $I\left(\dfrac{\pi}{2}, 0\right)$ est un centre de symétrie de la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.*
3. *La dérivée de f est $f'(x) = \left(\cos^2 x - \sin x\right) e^{\sin x}$.*
4. *Une primitive F de f est définie par $F(x) = e^{\sin x}$.*

Exercice 9

Soit la fonction f définie par $f(x) = \ln\left(\dfrac{x-1}{x^2 - x - 2}\right)$.

1. *La fonction f est définie sur $]-1, 1[\bigcup]2, +\infty[$.*
2. *La fonction f peut s'écrire $f(x) = \ln(x-1) - \ln(x^2 - x - 2)$ sur $]-1, 1[\bigcup]2, +\infty[$.*
3. *$f'(x) = \dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x+1} - \dfrac{1}{x-2}$ sur $]-1, 1[\bigcup]2, +\infty[$.*
4. *La fonction f est croissante sur $]2, +\infty[$.*

Exercice 10

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$ *et* $f(0) = 0$.

1. *La fonction f n'est pas continue en 0.*
2. *Sur* $\mathbb{R}$, $f'(x) = \dfrac{\sqrt{1+x^2}+1}{x^2\sqrt{1+x^2}}$
3. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 1$.
4. *La droite d'équation $y = 1$ est asymptote à la courbe $\mathcal{C}$ représentative de f.*

Exercice 11

1. *La fonction* $x \to \cos(4(x+1))$ *est la dérivée de la fonction* $x \to \cos(x+1)\sin(x+1)$.
2. *La fonction* $x \to \dfrac{1}{\sin^2 x}$ *est la dérivée de la fonction* $x \to \ln\left(\dfrac{\sin x}{\cos x + 1}\right)$.
3. *La fonction* $x \to -\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ *est la dérivée de la fonction* $x \to \ln\left(\sqrt{x^2-1} - x\right)$.
4. *La fonction* $x \to (\sin 2x)e^{sin^2 x}$ *est la dérivée de la fonction* $x \to e^{\sin^2 x}$.

Exercice 12

On considère les deux intégrales $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cos^2 x dx$ *et* $J = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^3 x dx$.

1. $2I = \displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cos^2 x dx$.
2. $I + J = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} + 1$.
3. $I = \dfrac{4+\sqrt{2}}{12}$.
4. $J = \dfrac{5\sqrt{2}-8}{12}$.

Exercice 13

Soit la fonction f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\int_0^x \frac{dt}{1+t^2}$.

1. *La fonction f est paire.*
2. *On a $f'(x)=-\frac{2x}{(1+x^2)^2}$.*
3. *La fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$.*
4. *Pour tout $x\in]1,+\infty[$, $f(x)<2$.*

Exercice 14

1. $\int_{-2}^{2}(|x-1|+|x|+|x+1|)\,dx=0.$
2. $\int_{-\pi}^{\pi}\cos|x|dx=0.$
3. *La fonction $x\to\frac{1}{\cos^2 x}$ est une primitive de la fonction $x\to\frac{\sin x}{\cos^2 x}$ sur l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$.*
4. *La fonction $x\to\frac{1}{3}\sqrt{(1+x^2)^3}$ est une primitive de la fonction $x\to x^2\sqrt{x^2+1}$ sur $\mathbb{R}$.*

Exercice 15

Soit $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ le repère orthonormal de l'espace. Soit $\mathcal{P}$ le plan de repère $(A,\vec{u},\vec{v})$ où $A(-1,1,2)$, $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}$ et $\vec{v}=\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$.

1. *Le vecteur $\vec{w}=\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$ n'est pas normal au plan $\mathcal{P}$.*
2. *L'équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ est $x+y-2z+6=0$.*
3. *La droite $\mathcal{D}$ passant par le point $B(1,0,-1)$ et de vecteur directeur $\vec{w}$ est définie par $y+x-1=0$ et $z+2x-1=0$.*
4. *Le plan $\mathcal{P}$ et la droite $\mathcal{D}$ se coupent au point $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2},2\right)$.*

UNIVERSITE CADI AYYAD
ECOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUEES
MARRAKECH
******

Marrakech, le 25-07-2007

Responsable : I.Ouassou

Correction du concours d'entrée en 1[ère] année du Cycle Préparatoire

Fiche de réponses

Epreuve de Mathématique (Durée 1h :15min)

Nom :…………………………………………… **Note :**……………
Prénom :………………………………………..
C. N. E. :……………………………………….
N° d'examen : …………………………………

Remarques Importantes :

1) La documentation, les calculatrices et les téléphones portables sont interdits.
2) Parmi les réponses proposées il n'y en a qu'une qui est juste.
3) Cochez la case qui correspond à la réponse correcte sur cette fiche.
4) Réponse juste = **1 point ;** Réponse fausse = **- 1 point** ; Pas de Réponse = **0 point**.
Noter Bien : Plus qu'une case cochée = **- 1 point**.

	1	2	3	4
Exercice 1			X	
Exercice 2				X
Exercice 3			X	
Exercice 4			X	
Exercice 5			X	
Exercice 6	X			
Exercice 7		X		
Exercice 8		X		
Exercice 9	X			
Exercice 10				X
Exercice 11				X
Exercice 12		X		
Exercice 13				X
Exercice 14		X		
Exercice 15	X			

Réservé aux correcteurs

R^+	R^-
Total	

UNIVERSITE CADI AYYAD
ECOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUEES
MARRAKECH
****

Marrakech, le 25-07-2007

Avenue Abdelkrim El Khattabi BP 575 Marrakech – Maroc
Tél : (212) 044.43.47.45/46 Fax : (212) 044.43.47.40

UNIVERSITE CADI AYYAD
ECOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUEES
MARRAKECH
*****

Marrakech, le 25-07-2007

Responsables : A. EL OUALKADI & K. FAITAH

Concours d'entrée en première année du cycle préparatoire de l'ENSA de Marrakech

Epreuve de physique (Durée 1h30min)

Remarques importantes :

1) Parmi les réponses proposées il n'y a qu'une qui est juste.
2) Cochez la case qui correspond à la réponse correcte sur la fiche de réponses.
3) Réponse juste = **1point** ; réponse fausse = **-1 point** ; Pas de réponse = **0 point**.
4) Plus qu'une case cochée pour une question = **-1 point**.
5) Les documentations et les téléphones portables sont interdits.

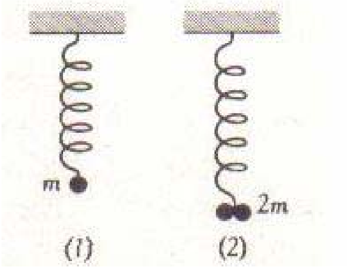
Q.1. A quelle condition observe- t- on des interférences entre deux ondes à la surface d'un liquide ?

A. Lorsque la surface du liquide est soumise à l'action de deus sources ayant même période et vibrant de façon à ce que leur différence de phase reste constante.
B. Lorsque la période de l'une des sources est **k fois l**a période de la deuxième source (k est un nombre paire), avec un déphasage nulle entre les deux sources.
C. Lorsque la période de l'une des sources est **k fois l**a période de la deuxième source (k est un nombre impaire), avec un déphasage variable entre les deux sources.
D. Les deux périodes des deux sources peuvent être quelconques mais leur déphasage doit être constant.

Q.2. Dans le cas d'interférences à la surface d'un liquide, un point de la surface reste immobile, lorsque la différence (en valeur absolue) des distances aux deux sources est égale : (k est un nombre entier).

A. $|X_2\text{-}X_1| = (2k + 1).\lambda$
B. $|X_2\text{-}X_1| = (2k + 1).\lambda/2$
C. $|X_2\text{-}X_1| = (2k).\lambda/2$
D. $|X_2\text{-}X_1| = (2k).\lambda$

Q.3. Le ressort est le même. Choisir la proposition juste ?



A. L'oscillation de (1) est plus rapide que (2).
B. Les deux oscillations sont identiques.
C. L'oscillation de (2) est plus rapide que (1).
D. Le rapport entre la période de (2) et celle de (1) est égal à 2.

Problème I
Partie I/

Un électron est produit en O sans vitesse initiale (fig. 1). Le champ électrique $\vec{E}$ est uniforme entre les armatures du condensateur ; sa valeur est : $E = \frac{U}{l}$ (U = tension entre les armatures, l = distance entre les armatures).

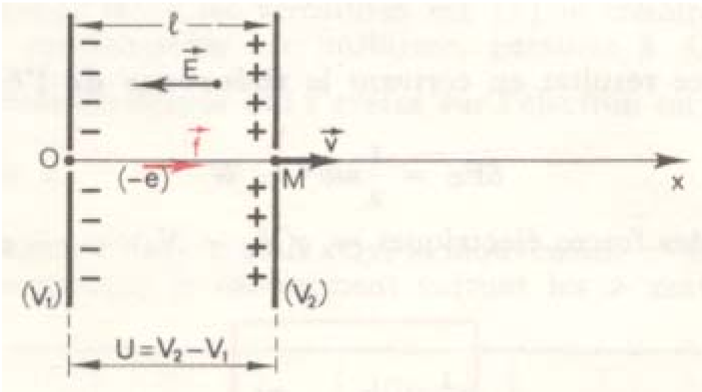


fig. 1

L'électron est soumis à la force $\vec{f} = -e\vec{E}$ qui est constante et dirigée suivant Ox. De plus, la vitesse initiale est nulle ; le mouvement a donc lieu suivant Ox, il est uniformément accéléré.

Q.4. L'équation du mouvement de l'électron s'écrit alors :

A.	$x = \frac{1}{2}\frac{ml}{eU}t^2$	B.	$x = \frac{1}{2}\frac{eU}{ml}t^2$
C.	$x = \frac{eU}{ml}t^2$	D.	$x = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{eU}{ml}t^2$

Q.5. La vitesse de l'électron lorsqu'il cesse d'être soumis au champ électrique (c-à-d au point M) est :

A.	$v = \sqrt{2\frac{e}{m}U}$	B.	$v = \sqrt{\frac{eU}{m}}$
C.	$v = \sqrt{2\frac{1}{m}U}$	D.	$v = \sqrt{4\frac{eU}{m}}$

Partie II/

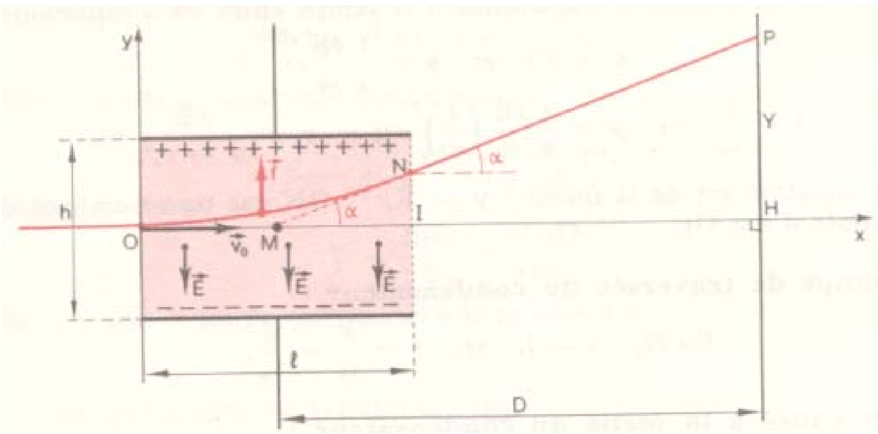


fig. 2

Maintenant l'électron pénètre avec une vitesse $\vec{v}_0$ suivant l'axe Ox du condensateur (fig. 2). La différence de potentiel (d.d.p.) entre les armateurs est U ; le champ électrique à l'intérieur du condensateur est uniforme, parallèle à Oy, de valeur $E = \frac{U}{h}$. La force électrique qui s'exerce sur l'électron est $\vec{f} = -e\vec{E}$, en sens inverse de $\vec{E}$.

$\vec{v}_0$ et $\vec{f}$ sont contenus dans le plan xOy, le mouvement se fera donc dans ce plan.

Q.6. Décomposons le mouvement de l'électron suivant les deux axes Ox et Oy, et choisir les bonnes réponses :

A.	$x = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2$; $y = v_0 t$	B.	$x = \frac{1}{2}\frac{eE}{mh}t^2$; $y = v_0 t$
C.	$x = v_0 t$; $y = \frac{1}{2}\frac{eE}{mh}t^2$	D.	$x = v_0 t$; $y = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2$

Q.7. La trajectoire de l'électron est :

A. Un segment d'une ligne droite.
B. Sinusoïdale.
C. Circulaire.
D. Un arc d'une parabole.

Problème II

On dispose d'un générateur de courant alternatif de fréquence réglable. La différence de potentiel efficace aux bornes de ce générateur est maintenue constante et égale à 100 volts tout au long du problème.

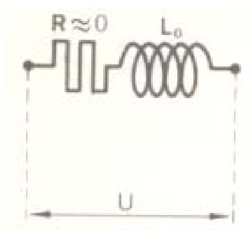


fig.3

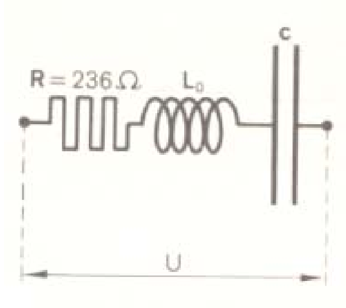


fig. 4

Une bobine de résistance négligeable et de self réglable L est disposée aux bornes du générateur (fig. 3). Pour une fréquence de 5000 hertz et une valeur donnée, Lo=20 millihenrys, de la self-induction, la bobine est parcourue par un courant I dont on demande de calculer l'intensité efficace.

Q.8. La valeur efficace de I est :

A.	0,4 A	B.	0,16 A
C.	0,32 A	D.	0,8 A

Dans la suite du problème, la fréquence sera fixée à 5000 hertz. En série avec la bobine précédente, on met un condensateur de capacité $C=8.10^{-8}$ farad et une résistance pure R=236 Ω (fig. 4). Calculer l'intensité efficace qui parcourt le circuit.

Q.9. La valeur efficace du courant traversant le circuit est :

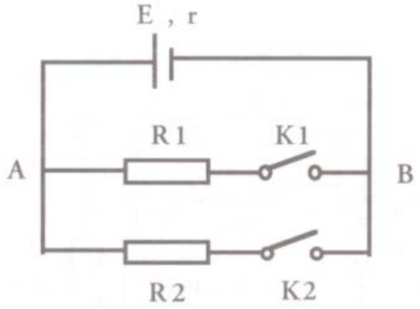
A.	0,1 A	B.	0,3 A
C.	0,6 A	D.	0,9 A

Q.10. Déterminer l'expression de L_1 de la self d'induction qui correspond au maximum de l'intensité :

A.	$L_1 = \frac{1}{C\omega^2}$	B.	$L_1 = \frac{1}{\omega C^2}$
C.	$L_1 = \frac{1}{C(\pi\omega)^2}$	D.	$L_1 = \frac{1}{\pi C\omega^2}$

Exercice :

Q.11. Soit le circuit suivant : R_1=90 Ω, R_2=40 Ω, E=150V, r=10 Ω.



La différence de potentiel entre les points A et B est :

A.	U_{AB}=150V, lorsque K_1 et K_2 sont ouverts.
B.	U_{AB}=150V, lorsque K_1 est ouvert et K_2 est fermé.
C.	U_{AB}=150V, lorsque K_1 est fermé et K_2 est ouvert.
D.	U_{AB}=135V, lorsque K_1 est ouvert et K_2 est fermé.

Problème III

Q.12. Pour déterminer la vitesse de rotation d'un moteur électrique on place, sur l'arbre de celui-ci, un disque noir sur lequel on a dessiné un étroit secteur blanc. Le plan de ce disque est normal à l'axe du moteur.
On éclaire ce dispositif avec une lampe qui donne 125 éclairs par seconde.
Le moteur étant d'abord à l'arrêt, on augmente progressivement sa vitesse de rotation. Lorsque celle-ci atteint la valeur de N tours par seconde le secteur blanc du disque paraît immobile pour la première fois. Quelle est la valeur de N ?

A.	N=62,5 tr/s	B.	N=250 tr/s
C.	N=125 tr/s	D.	N=375 tr/s

Q.13. La vitesse de rotation étant de N tours par seconde (précédemment calculée), on coupe l'alimentation du moteur ; celui-ci s'arrête au bout de 2 min 30s.
Calculer le moment du couple, que l'on supposera constant, qui provoque l'arrêt : (on donne le moment d'inertie J de la partie tournante par rapport à l'axe de rotation J=4,5. 10^{-2} Kg/m²)

A.	$\Gamma = -0{,}118\,\text{m.N}$	B.	$\Gamma = -0{,}236\,\text{m.N}$
C.	$\Gamma = -0{,}708\,\text{m.N}$	D	$\Gamma = -0{,}472\,\text{m.N}$

Q.14. Quel est le nombre de tours effectués par le moteur avant son arrêt complet ?

A.	3000 tr	B.	250 tr
C.	9357 tr	D.	9375 tr

Q.15. Quelle est l'expression de la différence de marche entre les deux rayons qui interfèrent à la distance x du plan médiateur des sources, dans le cas où elles vibrent en phase ?
Notant : a : la distance des sources vibrant en phase, et D : la distance des sources à l'écran.

A.	$\delta = \dfrac{D}{ax}$	B.	$\delta = \dfrac{ax}{D}$
C.	$\delta = \dfrac{Dx}{a}$	D.	$\delta = \dfrac{aD}{x}$

UNIVERSITE CADI AYYAD
ECOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUEES
MARRAKECH
******

Marrakech, le 25-07-2007

Responsable : A. EL OUALKADI & K. FAITAH

Concours d'entrée en 1ère année du cycle préparatoire de l'ENSA de Marrakech

Fiche de réponses

Epreuve de Physique (Durée 1h 30mn)

Nom :…………………………………………… **Note :**…………….
Prénom :……………………………………..
C. N. E. :……………………………………….
N° d'examen : ………………………………

Remarques Importantes :

1) Parmi les réponses proposées elle n'y qu'une qui est juste.
2) Cochez la case qui correspond à la réponse correcte sur la fiche de réponses.
3) Réponse juste = **1 point ;** Réponse fausse = **- 1 point** ; Pas de Réponse = **0 point**.
4) Les documentations et les téléphones portables sont interdits.

Noter Bien : Plus qu'une case cochée = **- 1 point** .

	A	B	C	D
Q 1	X			
Q 2		X		
Q 3	X			
Q 4		X		
Q 5	X			
Q 6				X
Q7				X
Q 8		X		
Q 9		X		
Q 10	X			
Q 11	X			
Q 12			X	
Q 13		X		
Q14				X
Q 15		X		

Réservé aux correcteurs

R^+	R^-
Total	

UNIVERSITE CADI AYYAD
ECOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUEES
MARRAKECH
******

Marrakech, le 25-07-2007