UNIVERSITÉ CADI AYYAD
Ecole Nationale Des Sciences Appliquées
Marrakech

Année 2003/2004
27 Juillet 2004
I. OUASSOU

Concours d'entrée en $1^{ére}$ année de l'ENSA de Marrakech

Epreuve de mathématiques (durée 1h)

Remarques importantes

1) La documentations et les calculatrices sont interdites.

2) Parmis les réponses proposées elle n'y a qu'une qui est juste.

3) Cochez la case qui correspond à la réponse correcte sur la fiche de réponses.

4) Réponse juste = **1 point** ; Réponse fausse = **-1 point** ; pas de réponse = **0 point**.

Noter Bien Plus qu'une case chochée = **-1 point**.

Exercice 1 *Dans un examen fait par Q.C.M (Questions à choix multiples) on peut répondre par <<vrai>> ou <<faux>>. Cet examen comporte 15 questions. Combien y-at-il de copies différentes possibles ?*

(Une copie est une liste de 15 réponses ; pour que deux copies soient différentes, il suffit qu'à l'une des questions la réponse soit <<vrai>> dans une copie et <<faux>> dans l'autre.)

a) $15!$ *(factorielle 15)*

b) C_{15}^{15} *(les combinaisons)*

c) A_{15}^{15} *(les arrangements)*

d) 2^{15}

Exercice 2 *Indiquer la phrase qui vous semblent correcte parmi les phrases suivantes :*

a) *Le produit d'un rationnel et d'un irrationnel est un irrationnel.*

b) *La somme de deux nombres irrationnels est irrationnelle.*

c) *Le produit de deux nombres irrationnels est irrationnel*

d) *La somme d'un nombre rationnel et d'un irrationnel est irrationnelle.*

Exercice 3 *L'inéquation* $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{x^3}$ *a pour solution*

a) $]-\infty, 1]$

b) $[1, +\infty[$

c) $[-1, 0[$

d) $[-1, 0[\bigcup[1, +\infty[$

Exercice 4 *Soit* m *une constante de* $\mathbb{R}$ *et la fonction* h *définie par*

$$h(x) = x^m - (\ln x)^2.$$

Parmi les les limites suivantes la quelle qui est vraie :

a) *Si* $m > 0$ $\lim_{x\to+\infty} h(x) = 0$

b) *Si* $m < 0$ $\lim_{x\to 0} h(x) = 0$

c) *Si* $m \leq 0$ $\lim_{x\to+\infty} h(x) = 0$

d) *Si* $m > 0$ $\lim_{x\to+\infty} h(x) = +\infty$

Exercice 5 *La limite de la fonction*

$$f(x) = \frac{|x^2 - 1|}{1 - x}$$

quand x *tend vers* 1^- *vaut*

a) *-2*

b) *1*

c) *2*

d) *n'existe pas*

Exercice 6 *La dérivée de la fonction*

$$f(x) = x + \cos^2(x)$$

ou $x \in \mathbb{R}$, *est une fonction*

a) *paire*

b) *ne s'annule pas*

c) *à valeurs toujours positives*

d) *aucune réponse correcte*

Exercice 7 *La limite de la fonction*

$$g(x) = \frac{\sin^9 x + \cos^6 x + 1}{e^{-x} + 1}$$

quand x *tend vers* $+\infty$ *vaut :*

a) *0*

b) $+\infty$

c) *n'existe pas*

d) *1*

Exercice 8 *Soit* U_n *la suite de terme gńéral*

$$U_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{n} - \ln n \qquad n \in \mathbb{N} \quad et \quad n \neq 0$$

a) *Positive*

b) *Croissante*

c) *Majorée*

d) *Décroissante et minorée.*

Exercice 9 *Soit la fonction f définie par :*

$$f(x) = 2x + 1 + \sqrt{4x^2 + 4x}$$

et on note par Df le domaine de definition de f.

a) $Df = [0, \infty[$

b) *la fonction f est dérivable sur Df*

c) $\lim_{x \to 0^+} \left(\frac{f(x)-1}{x} \right) = 0$

d) *la courbe de la fonction f présente en (0,1) un demi-tangente vertivale.*

Exercice 10 *On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$;*

$$u_n = u_{n-1} + \frac{1 + u_{n-1}}{1 + 2u_{n-1}}.$$

a) *la suite u_n est croissante*

b) *la suite u_n est strictement croissante*

c) *la suite u_n est majorée*

d) *la suite u_n est convergente*

Exercice 11 **a)** $\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \cos(a-b)]$

b) $\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + sin(a-b)]$

c) $\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

d) $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$

Exercice 12 *Parmis les relations suivantes, quelle est celle qu'est vérifiée quels que soient les quatres réels x_1, x_2, y_1 et y_2, vérifiant $x_1 \leq y_1$ et $x_2 \leq y_2$?*

a) $x_1^2 \leq y_1^2$

b) $x_1 - x_2 \leq y_1 - y_2$

c) $\frac{1}{4}e^{y_1+y_2} - \frac{1}{5}e^{x_1+x_2} + 0,05 \geq 0$

d) $x_1x_2 \leq y_1y_2$

Exercice 13 *Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que la dérivée d'ordre $n+1$ de la fonction $x^n e^{\frac{1}{x}}$ est :*

a) $\frac{(-1)^n}{x^{n+2}} e^{\frac{1}{x}}$

b) $\frac{(-1)^{n+2}}{x^{n+2}} e^{\frac{1}{x}}$

c) $\frac{(-1)^{n+3}}{x^{n+2}} e^{\frac{1}{x}}$

d) $\frac{(-1)^{n+1}}{x^{n+1}} e^{\frac{1}{x}}$

Exercice 14 *L'intégrale suivante*

$$\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos^3 s dx$$

égale à :

a) $\frac{2\pi}{15}$

b) $\frac{4\pi}{15}$

c) $\frac{4}{15}$

d) $\frac{2}{15}$

Exercice 15 *Dans le repère $(o, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$ on considère la sphère (S) d'équation :*
$x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z + \frac{3}{4} = 0$
et le plan (P) d'équation $y + z = 0$.

a) *Le centre de la sphère est $(\frac{1}{2}, 0, 0)$*

b) *Le plan (P) est tangente à la sphère (S)*

c) *L'intersection de (P) et (S) est un cercle.*

d) *Aucune réponse correcte*

UNIVERSITE CADI AYYAD
ECOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUEES
MARRAKECH
****

Marrakech, le 27-07-2004

Responsable : D. YOUSFI

Concours d'entrée en 1ère année de l'ENSA de Marrakech

Epreuve de Physique (Durée 1h)

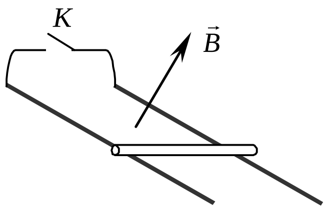
Remarques importantes :

Une seule proposition est correcte par question.
Réponse juste = **1 point** ; Réponse fausse = **–1 point**
Plus qu'une réponse cochée = **–1 point** ; Pas de réponse = **0 point**.

Q.1. Les unités SI des trois grandeurs : capacité électrique ; flux magnétique et inductance, sont respectivement :

A. *C, Wb* et *H*
B. *F, W* et *H*
C. *F, Wb* et *H*
D. *F, W* et *Hz*

Q.2. Un barreau conducteur léger est placé sur deux rails parallèles dont le plan est incliné par rapport au sol (voir figure). Le circuit peut être refermé grâce à un interrupteur *K* reliant les deux rails. Cet ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme perpendiculaire au plan des rails.



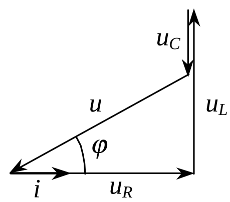
L'interrupteur *K* est initialement ouvert. Le barreau, libéré, glisse sur les rails. Que se passe-t-il lorsqu'on ferme l'interrupteur *K* ?

A. Le mouvement est complètement freiné.
B. Le mouvement est accéléré d'avantage.
C. Aucun effet sur le mouvement.
D. Le mouvement est ralenti.

Exercice I

Le diagramme de Fresnel de la figure ci-dessous correspond à un circuit *R-L-C* série avec des conventions particulières.

Le circuit est alimenté par une tension sinusoïdale u et parcouru par un courant $i = I_m \cos(wt - \varphi)$.



Q.3. Quelle est l'équation qui traduit ce diagramme ?

$$u_R = R\, I_m \cos(w.t - \varphi) =$$

A. $-u + L\,w\,I_m \sin(wt-\varphi) - \dfrac{I_m}{C\,w}\sin(w.t-\varphi)$

B. $u + L\,w\,I_m \sin(wt-\varphi) - \dfrac{I_m}{C\,w}\sin(w.t-\varphi)$

C. $-u + L\,w\,I_m \sin(wt-\varphi) + \dfrac{I_m}{C\,w}\sin(w.t-\varphi)$

D. $u - L\,w\,I_m \cos(wt-\varphi+\dfrac{\pi}{2}) - \dfrac{I_m}{C\,w}\cos(w.t-\varphi-\dfrac{\pi}{2})$

Q.4. Dans ces mêmes conditions, le quel des résultats suivant est correcte ?

A. $C = 0 \Rightarrow u$ en avance de phase par rapport à i.
B. $L\,w \langle \dfrac{1}{C\,w} \Rightarrow u$ en avance de phase par rapport à i.
C. $C = 0 \Rightarrow u$ en retard de phase par rapport à i.
D. $L\,w \rangle \dfrac{1}{C\,w} \Rightarrow u$ en avance de phase par rapport à i.

Q.5. La fréquence de résonance est d'autant plus grande que :

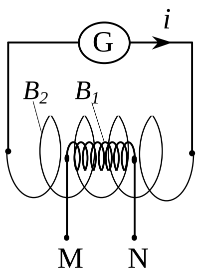
A. L est plus élevée.
B. C est plus faible.
C. R est plus élevée.
D. R est plus faible.

Q.6. Concernant sa bande passante, le circuit *R-L-C* série est d'autant plus sélectif que :

A. *C* est plus faible.
B. *L* est plus faible.
C. *C* est plus élevée.
D. *R* est plus faible.

Exercice II

Une petite bobine B_1 est placée au centre, sur l'axe, d'une grande bobine B_2 alimentée par un générateur *G* (voir figure). B_1 est caractérisée par un nombre de spires N_1, une longueur l_1 et une section S_1 ; et B2 par N_2, l_2 et S_2 .



Q.7. D'après la loi de *Lenz-Faraday*, la f.e.m. induite entre les bornes (M, N) de la bobine B_1 est égale à l'opposé de la variation du flux magnétique traversant cette même bobine. Le flux mise en jeu dans cette loi a pour expression :

A. $\phi = \mu_0 \dfrac{N_2 N_1 S_1}{l_2} i$

B. $\phi = \mu_0 \dfrac{N_1 N_2 S_2}{l_1} i$

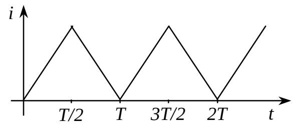
C. $\phi = \mu_0 \; N_2 N_1 S_1 \; i$

D. $\phi = \mu_0 \dfrac{N_2^{\,2} S_1}{l_1} i$

Q.8. Il y a naissance d'une force électromotrice induite (f.e.m.) aux bornes de la bobine B_1, lorsque:

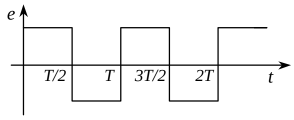
A. Le courant d'alimentation de B_2 est triangulaire.
B. Le courant d'alimentation de B_2 est variable.
C. La tension d'alimentation de B_2 est triangulaire.
D. Le courant d'alimentation de B_2 est rectangulaire.

Q.9. On alimente la bobine B_2 avec un générateur de courant triangulaire symétrique dans la forme est représentée par la figure suivante :

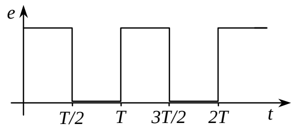


Quelle est la forme de la f.e.m. induite dans la bobine B_1 ?

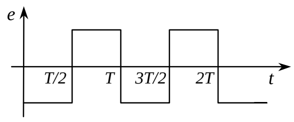
A.



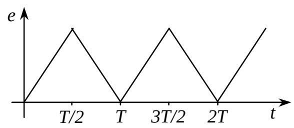
B.



C.

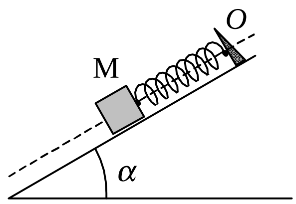


D.



Exercice III

Soit un ressort souple de coefficient de raideur *k* et de longueur à vide l_0. le ressort est fixé par l'un de ses extrémité sur un plan incliné d'un angle α (voir figure ci-dessous). L'autre extrémité est relié à un corps solide 'M' de masse *m* imposant une longueur l_1 à l'équilibre.



Q.10. Quelle est l'expression permettant d'avoir l'angle d'inclinaison α ?

A. $\sin\alpha = \dfrac{k}{m.g}(l_0 - l_1)$

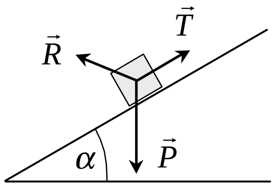
B. $\alpha = \dfrac{k}{m.g}(l_1 - l_0)$

C. $\cos\alpha = \dfrac{k}{m.g}(l_1 - l_0)$

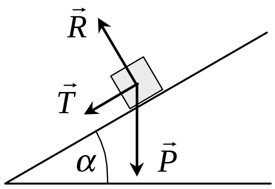
D. $\sin\alpha = \dfrac{k}{m.g}(l_1 - l_0)$

Q.11. A partir de sa position d'équilibre, le corps 'M' est poussé vers le support *O*, puis libéré. Les oscillations produites sont supposées sans frottement. Représenter le diagramme des forces agissant sur le corps 'M' au moment de son $22^{ème}$ passage par la position d'équilibre :

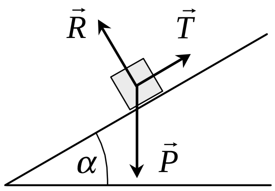
A.



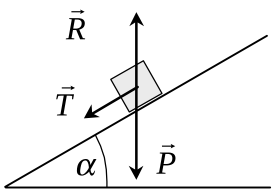
B.



C.

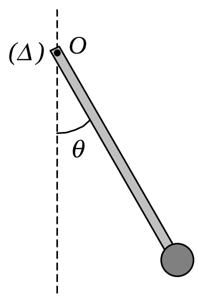


D.



Exercice IV

Le pendule pesant '*P*' de la figure ci-dessous est constitué d'une boule métallique homogène de rayon *R* et de masse *m=100 g* solidaire à une tige homogène de même masse et de rayon *L=16 R*. Ce pendule peut osciller autour d'un axe *Δ* passant par *O* ; son moment d'inertie par rapport à cet axe est $J = 10^{-2}\ kg.m^2$.



On donne : $R = 6.44\ cm$ et $g = 9.8\ m.s^{-2}$.

Le pendule étant initialement en équilibre verticalement ; on le décale d'un angle $\theta = 9°$ puis on le relâche sans vitesse initiale à $t = 0$.

En négligeant tous les frottements, donner :

Q.12. L'équation différentielle du mouvement du pendule '*P*'.

A. $\ddot{\theta} + \dfrac{17\,R\,m\,g}{J}\,\theta = 0$

B. $\ddot{\theta} + \dfrac{25\,m\,g}{J}\,\theta = 0$

C. $\ddot{\theta} + \dfrac{25\,R\,m\,g}{J}\,\theta = 0$

D. $\ddot{\theta} + \dfrac{16\,R\,m\,g}{J}\,\theta = 0$

Q.13. La période des oscillations.

A. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{16\,R\,m\,g}}$ *(s)*

B. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{25\,R\,m\,g}}$ *(s)*

C. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{17\,R\,m\,g}}$ *(s)*

D. $T = 4\pi\sqrt{\dfrac{J}{25\,R\,m\,g}}$ *(s)*

Q.14. La loi de variation de θ en fonction du temps.

A. $\theta = \dfrac{\pi}{20}.\cos 4\pi.t \quad rad$

B. $\theta = 9.\cos 4\pi.t \quad rad$

C. $\theta = \dfrac{\pi}{20}.\cos 2\pi.t \quad rad$

D. $\theta = \dfrac{\pi}{20}.\cos \dfrac{2\pi}{0.6}.t \quad rad$

Q.15. L'expression de l'énergie cinétique.

A. $E_c = \dfrac{5\pi^4}{36}.\sin^2 \dfrac{2\pi}{0.6}.t \quad (J)$

B. $E_c = \dfrac{\pi^4}{5}10^{-3}\sin^2 4\pi.t \quad (J)$

C. $E_c = \dfrac{\pi^4}{20}\sin^2 2\pi.t \quad (J)$

D. $E_c = \dfrac{\pi^4}{5}\sin^2 4\pi.t \quad (J)$